

Nueva Fórmula Analítica para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión en Transformadores de Núcleo Arrollado



Russby Liliana Castañeda Hernández

Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física y Ciencias de la
Computación
Pereira, Colombia
2019

Nueva Fórmula Analítica para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión en Transformadores de Núcleo Arrollado

Russby Liliana Castañeda Hernández

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería Eléctrica

Director:
PhD., Ingeniero Electricista, Guillermo Andrés Díaz Flórez

Línea de Investigación:
Sistemas Eléctricos

Universidad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física y Ciencias de la
Computación
Pereira, Colombia
2019

La mayoría de las ideas fundamentales de la ciencia son esencialmente sencillas, y por regla general pueden ser expresadas en un lenguaje comprensible para todos

Albert Einstein

Agradecimientos

La exigencia que reviste la realización de un proyecto académico es gratificante. En estas líneas expreso mi agradecimiento con las instituciones y personas cuyo aporte científico y humano fueron un pilar para la exitosa culminación de este proyecto.

Gracias a la Universidad Tecnológica de Pereira, a todos aquellos que de manera directa e indirecta con su aporte colaboraron a culminar este proceso académico satisfactoriamente.

Gracias a mi director de tesis y maestro, el Ingeniero Guillermo Andrés Díaz Flórez, por su excelencia académica, su excelente disposición y su motivación, condiciones determinantes para la culminación exitosa de este proyecto académico.

Gracias al ingeniero Geovanny Alberto Marulanda García, maestro en diferentes cátedras y motivador a lo largo de este proyecto.

Gracias a los ingenieros Richard Téllez, Samuel Carvajal y David Pinzón de Siemens Andina Transformadores por su apoyo e interés en el proyecto.

Gracias a mi familia, su amor y apoyo incondicional han hecho de este camino complejo una senda más llevadera.

Gracias a Dios por ese amor que sobrepasa todo entendimiento, pero que es capaz y está en la cualidad de llenar todo vacío.

Resumen

En este trabajo se propone una fórmula analítica para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado. Primero, se analizan fórmulas identificadas en la literatura y se calcula por medio de estas el valor de la reactancia de dispersión en 10 casos de estudio reales. La propuesta inicia con el modelado geométrico ya que los devanados del transformador de núcleo arrollado no siguen un patrón geométrico estándar. El modelo geométrico permite obtener las expresiones matemáticas para el cálculo exacto del área de dispersión de cada devanado y del canal de dispersión. Partiendo de la Ley de Ampere se obtiene la expresión matemática para la densidad de flujo magnético en función de la distribución de fuerza magnetomotriz de los devanados. La fórmula para la reactancia de dispersión se obtiene a partir de la energía almacenada en el campo magnético. Tomando como referencia mediciones en 10 casos de estudio reales, se encontró que las simulaciones detalladas con elementos finitos en 3D entrega mejores resultados que cualquiera de las fórmulas analíticas (incluida la propuesta). Sin embargo, la fórmula propuesta reportó mejores resultados que cualquiera de las fórmulas analíticas consultadas en la literatura. En la totalidad de casos de estudio la fórmula propuesta es la única cuyo resultado se encuentra dentro de la banda de tolerancia establecida por la norma ANSI IEEE C.57.12.00. La fórmula propuesta mostró un grado de precisión adecuado para propósitos de diseño de transformadores.

Palabras clave: Reactancia de Dispersión, Transformadores de Núcleo Arrollado, Ley de Ampere, Energía Almacenada en el Campo Magnético.

Abstract

In this work an analytical formula for the calculation of the leakage reactance in wound core transformers is proposed. First, the formulas identified in the literature are analyzed and the value of the leakage reactance in 10 real case studies is calculated with them. The proposed methodology starts with the geometric modeling, since the windings of wound core transformers do not follow a standard geometric pattern. The geometric model allows the derivation of mathematical expressions for the exact calculation of the leakage area of each winding and the gap. A mathematical expression for magnetic flux density is obtained from Ampere's law as a function of magnetomotive force distribution. The leakage reactance formula is obtained from the energy stored in the magnetic field. Using measurements as a reference, it was shown for 10 real case studies that detailed simulations with 3D finite elements provide better results than all studied formulas (including the one proposed in this work). However, the proposed formula reported better results than any of the other formulas available in the literature. For all case studies the proposed formula is the only one whose results are within the tolerance band established by ANSI IEEE C.57.12.00. The proposed formula showed an accuracy suitable for transformer design purposes.

Key words: Leakage Reactance, Wound Core Transformers, Ampere's Law, Energy Stored in the Magnetic Field.

Contenido

Resumen	V
Abstract	VI
Contenido	VII
Lista de Figuras	X
Lista de Tablas	XII
Introducción	1
1. Generalidades	3
1.1 El Transformador Eléctrico	3
1.1.1. Reactancia de Dispersión del Transformador	6
1.1.2. Prueba de Corto Circuito	7
2. Fórmulas Consultadas para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión	9
2.1. Fórmula 1	10
2.2. Fórmula 2	12
2.3. Fórmula 3	16
2.4. Fórmula 4	17
2.5. Fórmula 5	19
2.6. Resultados con Fórmulas Consultadas	20

3. Modelo Geométrico de los Devanados del Transformador de Núcleo Arrollado	25
3.1 Modelo Ideal	28
3.2. Modelo Geométrico Realista	30
3.2.1. Canales de Refrigeración	30
3.2.2. Salidas de conexiones y Taps	30
3.2.3. Proceso de prensado	31
3.2.4. Modelo Realista	31
4. Nueva Fórmula Analítica para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión en Transformadores de Núcleo Arrollado	35
4.1 Aplicación de la Ley de Ampere	35
4.2 Ponderación Espesor Devanados	44
4.2.1. Espesor Ponderado Devanado 1	44
4.2.2. Espesor Ponderado Devanado 2	46
4.3 Ajuste Altura Magnética	47
4.4 Fórmula Propuesta para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión en Transformadores de Núcleo Arrollado	48
5. Modelo de Elementos Finitos 3D del Transformador de Núcleo Arrollado	50
5.1 Definición de la Geometría	51
5.2 Excitaciones y Definición de Propiedades de Materiales	52
5.3 Condiciones de Análisis y Condiciones de Frontera	54
5.4 Construcción de la Malla	55
5.5 Resultados de Salida	56
6. Resultados y Discusión	58

6.1. Resultados Fórmula Propuesta	58
6.2. Validación con el Método de Elementos Finitos	60
6.3. Discusión	62
7. Conclusiones y Recomendaciones	64
7.1 Conclusiones	64
7.2. Recomendaciones	64
Anexo A: Parámetros Calculados con Fórmulas Consultadas y Resultados	66
Fórmula 1 (Pérez A.)	66
Fórmula 4 (Coll <i>et. al.</i>)	67
Fórmula 5 (Torres <i>et. al.</i>)	68
Anexo B: Modelado de la Curvatura del Devanado	70
Curvatura del Devanado Interno en el Modelo Geométrico Ideal	70
Curvatura del Devanado Interno en el Modelo Geométrico Realista	71
Anexo C: Parámetros Geométricos y Resultados con Fórmula Propuesta	74
Anexo D: Información Mediciones	76
Anexo E: Geometría de los Casos de Estudio	78
Anexo F: Reporte Simulación en ANSYS Maxwell	88
Bibliografía	93

Lista de Figuras

Figura 1.	Ubicación del Transformador en el Sistema Eléctrico de Potencia.	3
Figura 2.	Construcción Devanados para Transformador de Núcleo Arrollado	5
Figura 3.	Flujo de Dispersión Transformador Monofásico - Dos Devanados	6
Figura 4.	Circuito Equivalente Transformador en Condiciones de Cortocircuito.	7
Figura 5.	Diagrama del Transformador de Núcleo Arrollado	10
Figura 6.	Diámetros Equivalentes de los Devanados – Fórmula 2.	13
Figura 7.	Resultados de la Reactancia de Dispersión con Fórmulas Consultadas	23
Figura 8.	Resultados incluyendo Banda de Tolerancia de $\pm 10\%$	24
Figura 9.	Modelo del Transformador de Núcleo Arrollado	25
Figura 10.	Transformador Real de Núcleo Arrollado	26
Figura 11.	Esquema de los Parámetros Geométricos Globales	27
Figura 12.	Áreas de Dispersión en el Modelo Ideal	29
Figura 13.	Áreas de Dispersión del Devanado Interno en el Modelo Realista	32
Figura 14.	Modelo Geométrico Realista	33
Figura 15.	Vista Corte Transversal del Solenoide Idealizado	36
Figura 16.	Parámetros para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión.	38
Figura 17.	Modelado para Ponderación del Espesor de los Devanados	45

Figura 18.	Proyección Isométrica del Modelo en 3D del Caso de Estudio 7	51
Figura 19.	Configuración de la Excitación de Corriente en ANSYS Maxwell	52
Figura 20.	Asignación de Material en ANSYS – Maxwell	53
Figura 21.	Definición del Sistema de Análisis en ANSYS – Maxwell	54
Figura 22.	Operación de Malla para Regiones Específicas	55
Figura 23.	Malla de los Devanados	56
Figura 24.	Definición Reactancia de Dispersión en ANSYS-Maxwell	57
Figura 25.	Resultados Fórmula Propuesta vs Mediciones	59
Figura 26.	Resultados Fórmula Propuesta Incluyendo Banda de Tolerancia	60
Figura 27.	Resultados Fórmula Propuesta vs Método de Elementos Finitos	61
Figura 28.	Error Relativo Fórmula Propuesta vs Método Elementos Finitos	62
Figura 29.	Curvatura del Devanado Interno en el Modelo Ideal.	71
Figura 30.	Curvatura del Devanado Interno con Diferentes Radios	72
Figura 31.	Reporte Gráfico de Convergencia Caso de Estudio 7	88
Figura 32.	Reporte Detallado de Convergencia Caso de Estudio 7	89

Lista de Tablas

Tabla 1.	Fórmula 1 – Descripción de Variables	11
Tabla 2.	Fórmula 2 - Descripción de Variables	13
Tabla 3.	Fórmula 2 - Transformación Geométrica de los Devanados	13
Tabla 4.	Fórmula 2 - Ajuste de la Altura Magnética	15
Tabla 5.	Fórmula 2 - Cálculo de la Inductancia	15
Tabla 6.	Fórmula 3 - Descripción de Variables	16
Tabla 7.	Fórmula 4 - Descripción de Variables	17
Tabla 8.	Fórmula 5 – Descripción de Variables	19
Tabla 9.	Parámetros Eléctricos de los Casos de Estudio.	21
Tabla 10.	Resultados Reactancia de Dispersión con Fórmulas Consultadas ..	22
Tabla 11.	Error Relativo de Resultados con Fórmulas Consultadas	22
Tabla 12.	Resultados Fórmula Propuesta	58
Tabla 13.	Resultados Simulaciones con MEF3D	61
Tabla 14.	Cálculos con Fórmula 1 para los 10 Casos de Estudio	66
Tabla 15.	Cálculos con Fórmula 4 para los 10 Casos de Estudio	67
Tabla 16.	Cálculos con Fórmula 5 para los 10 Casos de Estudio	69
Tabla 17.	Datos Constructivos y Resultados Fórmula Propuesta y el MEF3D.	74
Tabla 18.	Mediciones de cada Caso de Estudio	76

Introducción

El proceso de optimización para el cálculo del diseño del transformador está sujeto a parámetros fundamentales como potencia nominal y tensión primaria y secundaria. Igualmente está sujeto a las restricciones garantizadas por el fabricante y/o exigidas por el cliente, declaradas en los parámetros eléctricos de diseño, tales como el porcentaje de impedancia (U_z), el porcentaje de la corriente de excitación (I_0), las pérdidas de vacío (P_{Fe}), las pérdidas de carga (P_{Cu}) y la eficiencia [1].

La impedancia es considerada una de las especificaciones más importantes en la etapa de diseño debido a que tiene un altísimo impacto sobre el diseño general del transformador. Como en los transformadores el componente resistivo suele ser muy pequeño, es la especificación de la reactancia de dispersión (componente reactivo) la que resulta vital para la optimización del diseño.

La reactancia de dispersión se puede calcular mediante métodos numéricos, sin embargo, no se recomienda usarlos en la etapa de optimización del diseño porque suelen demandar altos costos computacionales y extensos tiempos de cálculo. Para la optimización del diseño se prefiere el uso de fórmulas analíticas que exhiben un grado de comprensión e implementación más sencilla.

Las fórmulas de mayor relevancia identificadas en la literatura [2, 3] restringen su aplicabilidad a devanados circulares. Para transformadores de núcleo arrollado, no se evidencia en la literatura científica la disponibilidad de una fórmula analítica confiable. En el capítulo 2 de este trabajo se abordan algunas fórmulas disponibles en la literatura aplicables a transformadores de núcleo arrollado. Sin embargo, se evidencia que su implementación es limitada porque la información es insuficiente o porque incluyen factores empíricos que no aplican de forma generalizada. Las que resultan factibles de implementar entregan resultados con un alto grado de dispersión y/o errores relativos importantes.

En este orden de ideas, el objetivo general de la presente investigación es proponer una fórmula analítica para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado. Los objetivos específicos son los siguientes:

- Proponer una representación geométrica que modele satisfactoriamente la curvatura de los devanados.

- Deducir a partir de principios físicos fundamentales una expresión matemática para la reactancia de cortocircuito del transformador en función de sus áreas de dispersión.
- Comprobar la validez de la fórmula analítica propuesta frente a los resultados calculados por una herramienta de cálculo de elementos finitos 3D.
- Comparar los resultados de la fórmula analítica propuesta frente a los resultados de las fórmulas alternativas identificadas en la literatura y las mediciones disponibles.

La fórmula propuesta en este documento aplica a transformadores tipo acorazado, de núcleo arrollado, de dos devanados (alta-baja o baja-alta tensión) monofásicos y trifásicos. Se consideran 10 casos de estudio reales de los cuales se tiene la información de diseño y el valor de la reactancia de dispersión estimada a partir de los valores medidos en la prueba de cortocircuito (V_{cc} , P_{cc}). En adelante este valor se denominará valor medido de la reactancia de dispersión y es de vital importancia porque se utiliza como referente para la validación de los resultados obtenidos con los diferentes métodos de cálculo. La información de diseño y mediciones fue suministrada amablemente por un fabricante nacional de transformadores de distribución.

El documento se encuentra organizado así: En el capítulo 1 se realiza una descripción conceptual del transformador de núcleo arrollado y se exponen las razones del porque se requiere una correcta especificación de la reactancia de dispersión durante la optimización del diseño. En el capítulo 2 se analizan fórmulas alternas consultadas en la literatura científica y se calcula por medio de ellas el valor de la reactancia de dispersión en los 10 casos de estudio.

En el capítulo 3 se inicia el planteamiento de la propuesta con el modelo geométrico de los devanados para el transformador de núcleo arrollado y en su orden se derivan las expresiones matemáticas para la especificación del área de dispersión de cada devanado y del canal de dispersión. En el capítulo 4, partiendo de la Ley de Ampere se deriva una expresión completamente analítica para el cálculo de la reactancia de dispersión, que además vincula lo especificado en el modelo geométrico.

Para la validación de los resultados se calcula con el método de los elementos finitos (MEF) el valor de la reactancia en los 10 casos de estudio. En el capítulo 5 se describe la herramienta de cálculo y las condiciones para las simulaciones detalladas con método de los elementos finitos en 3D (MEF3D). En el capítulo 6 se presentan y comparan los resultados obtenidos con la fórmula propuesta y con MEF3D. El estudio finaliza con las conclusiones en el capítulo 7.

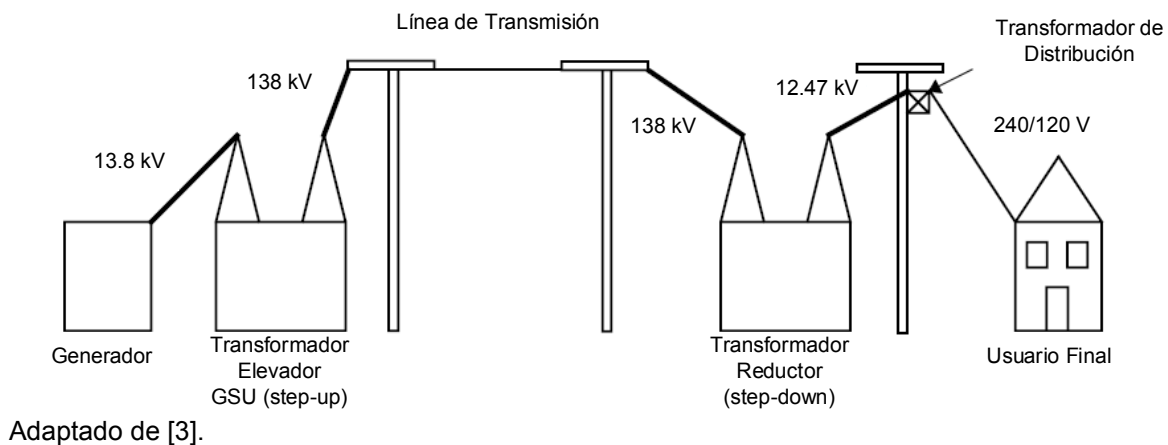
1. Generalidades

En la presente sección se abordan conceptos fundamentales relacionados con los criterios de diseño y construcción de los transformadores de núcleo arrollado. En particular, se exponen las razones de una correcta especificación de la reactancia de dispersión en la etapa de diseño. Por último se describe el método (prueba de cortocircuito) para determinar el valor experimental de la reactancia de dispersión.

1.1 El Transformador Eléctrico

El transformador es uno de los elementos más preciados en los sistemas eléctricos de potencia. La inducción electromagnética hace posible la transferencia de energía eléctrica entre circuitos con diferentes tensiones. El transformador ayuda a mantener la estabilidad y confiabilidad del sistema asegurando que varios de sus componentes (generadores, líneas de transmisión, redes de distribución y cargas) operen en niveles adecuados de tensión y corriente [4]. En la Figura 1 se presenta la ubicación del transformador en el proceso de transformación y uso de la energía eléctrica.

Figura 1. Ubicación del Transformador en el Sistema Eléctrico de Potencia.



El proceso de optimización para el cálculo del diseño del transformador está sujeto a parámetros fundamentales como potencia nominal y tensiones primaria y secundaria. Igualmente está sujeto a las restricciones garantizadas por el fabricante y/o exigidas por el cliente, declaradas en los parámetros eléctricos de diseño, tales como el porcentaje de impedancia (U_z), el porcentaje de la corriente de excitación (I_0), las pérdidas de vacío (P_{Fe}), las pérdidas de carga (P_{Cu}) y la eficiencia [1].

La impedancia del transformador es una de las especificaciones más importantes en el cálculo del transformador por el impacto que tiene sobre el diseño general. El componente resistivo suele ser muy pequeño en comparación con el componente reactivo¹, por ello la especificación de la reactancia de dispersión es la que resulta vital y tiene un gran impacto sobre las condiciones de operación y servicio y los costos de fabricación [2].

En lo referente a condiciones de operación y servicio, la función principal de la reactancia de dispersión es limitar la corriente de cortocircuito, que puede estar en el rango de 7 a 25 veces la corriente de plena carga. En las redes de distribución debe ser suficiente para limitar la corriente de cortocircuito pero mínima para mantener una regulación de voltaje adecuada en las líneas de distribución [1, 2, 3].

El costo del material de un transformador puede variar significativamente con el cambio en el valor de la impedancia especificada. Generalmente, un valor particular de impedancia resulta en un transformador de costos mínimos. Si la impedancia es demasiado baja, las corrientes y fuerzas de cortocircuito son bastante altas y esto requiere el uso de un valor de densidad de corriente más bajo, por lo tanto, el contenido del material aumenta. Por otro lado, un valor alto de impedancia aumenta las pérdidas causadas por corrientes parásitas en los devanados y en las partes estructurales, ocasionando mayores pérdidas a plena carga y elevando la temperatura tanto del devanado como del refrigerante (aceite). Esta situación nuevamente obligará al diseñador a aumentar el contenido de conductor y/o actualizar el equipo de enfriamiento. La estimación precisa de la impedancia (o la reactancia de dispersión) puede representar reducciones significativas de los costos de fabricación del transformador [2].

Los transformadores de potencia se diseñan con una reactancia de dispersión relativamente alta (hasta 20%). En la práctica, se construyen a partir de devanados circulares porque tienen una resistencia mecánica más alta y por tanto están en

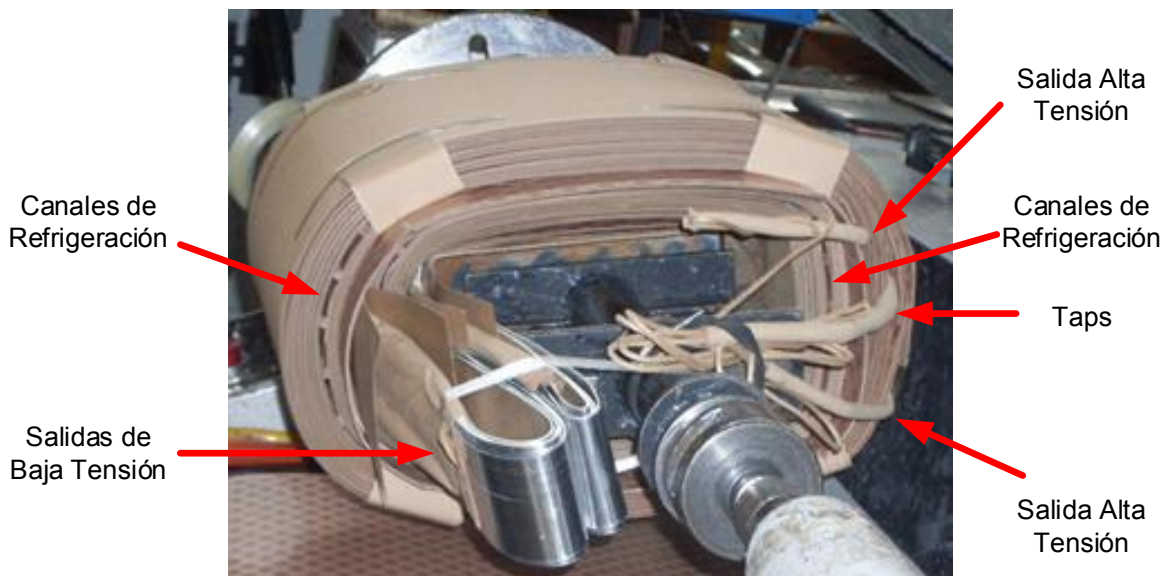
¹ En estudios de flujo de carga y cortocircuito se asume que la impedancia de cortocircuito es igual a la reactancia de dispersión.

capacidad de soportar las fuerzas electromecánicas producidas por ejemplo por la corriente de falla [2, 5, 6].

Para las redes de distribución, se prefieren transformadores de núcleo arrollado porque la configuración permite el uso eficiente del espacio y los costos de material y mano de obra de los devanados pueden ser más bajos. Para estimar un valor adecuado de la reactancia de dispersión se debe observar que el propósito del diseño es concentrar los flujos de dispersión en el espacio entre los devanados, por lo tanto, cuanto menor sea el canal de separación o dispersión menor será la reactancia de dispersión (desde 2%) [1, 5].

El transformador de núcleo arrollado condiciona el uso de devanados no circulares. El molde o mandril sobre la cual se devana el conductor o lámina conductora sigue el patrón geométrico de un prisma rectangular, sin embargo, este se desvanece a medida que aumenta el número de capas devanadas debido a inclusión de los canales de refrigeración, salidas de los taps, etc. Los devanados de alta tensión se construyen en conductor redondo o rectangular con recubrimiento aislante y los devanados de baja tensión se construyen típicamente en flejes con aislamiento entre capas elaborado a partir de papel diamantado (Ver Figura 2).

Figura 2. Construcción Devanados para Transformador de Núcleo Arrollado



Cortesía. Siemens Andina Transformadores.

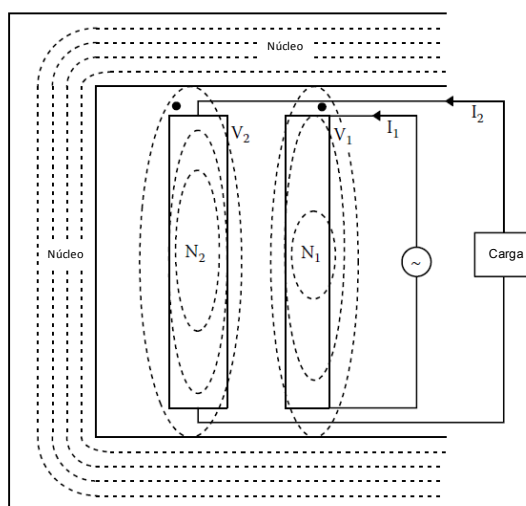
Una vez construido el devanado, los lados que se someten al proceso de prensado se comprimen mientras que los lados restantes se ensanchan, luego el área de dispersión resultante no sigue un patrón geométrico estándar, por ejemplo, rectangular o circular.

Para el cálculo de la reactancia de dispersión, los parámetros geométricos requieren un tratamiento riguroso; esto garantiza que las expresiones matemáticas o el procedimiento para aproximar el área de dispersión sea muy preciso y en su orden la reactancia de dispersión [2, 3].

1.1.1. Reactancia de Dispersión del Transformador

La circulación de la corriente de carga da lugar a campos magnéticos alrededor de los devanados del transformador, estos campos se denominan flujos de dispersión y existen en los espacios entre devanados y en los espacios ocupados por los mismos. Las líneas de flujo resultantes producen una impedancia entre los devanados y es lo que en la industria se conoce como *reactancia de dispersión*² del transformador (Ver Figura 3).

Figura 3. Flujo de Dispersión Transformador Monofásico - Dos Devanados



Adaptado de [3].

La magnitud de la reactancia de dispersión es función principal del número de vueltas de los devanados, la corriente que los circula, el campo de dispersión y la configuración física del núcleo y de los devanados. La magnitud de la reactancia de dispersión generalmente está en el rango de 4 a 20% dependiendo de la capacidad nominal del transformador [5].

² En el argot técnico y algunas referencias bibliográficas se conoce también con el nombre de reactancia de cortocircuito debido al ensayo del cual se obtiene.

1.1.2. Prueba de Corto Circuito

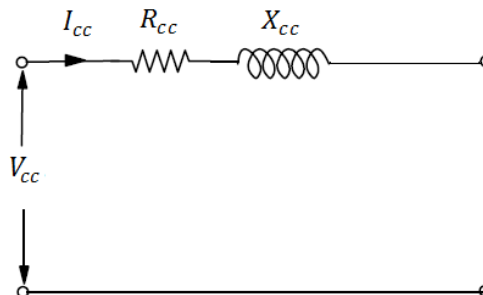
Para la presente investigación se dispone del valor de la reactancia de dispersión calculado a partir de los valores medidos en la prueba de cortocircuito (10 casos de estudio) y reportados en el Anexo D: “Información Mediciones”. Este valor se denomina valor medido o medición de la reactancia de dispersión y se toma como referente para validar los resultados tras aplicar los diferentes métodos de cálculo que se abordaron en el trabajo. De acuerdo con esto, es preciso describir brevemente el procedimiento de la prueba de cortocircuito.

La prueba de cortocircuito permite determinar la tensión de cortocircuito para calcular indirectamente el valor total impedancia (resistencia y reactancia de dispersión) del transformador. El ensayo está reglamentado por las normas ANSI/IEEEC57.12.00 [7] e IEC 60076-1 [8]. En Colombia el procedimiento está establecido en la norma NTC 1005 [9].

Las normas ANSI/IEEEC57.12.00 e IEC 60076-1 establecen una tolerancia de $\pm 7,5\%$ para transformadores de dos devanados con porcentaje de impedancia mayor a 2,5% y una tolerancia de $\pm 10\%$ para valores de impedancia menores al 2,5%. La norma NTC 1005 establece indistintamente una tolerancia de $\pm 10\%$ para transformadores de dos devanados.

Durante la prueba de cortocircuito, el devanado de baja tensión se pone en cortocircuito y en el devanado de alta tensión se aplica un voltaje variable empezando por un valor cercano a cero. El voltaje aplicado se incrementa hasta lograr la circulación de la corriente nominal por el devanado de alta tensión (I_{cc}). Este voltaje se denomina voltaje de cortocircuito (V_{cc}). Típicamente esta prueba se realiza en un lapso corto con el objetivo de evitar que el calentamiento de los devanados influya en la resistencia de los conductores afectando las mediciones [2]. En la Figura 4 se muestra el circuito equivalente del transformador durante la prueba de cortocircuito.

Figura 4. Circuito Equivalente Transformador en Condiciones de Cortocircuito.



Adaptado de [2]

Si V_{cc} , I_{cc} y P_{cc} son las lecturas del voltímetro, amperímetro y vatímetro en el lado de alta tensión, S_n es la potencia nominal del transformador y V_n es el voltaje nominal de alta tensión, las variables en por unidad se obtienen como sigue:

- La resistencia del transformador en p.u.:

$$R_{cc\ pu} = \frac{P_{cc}}{S_n}$$

- La impedancia del transformador en p.u.:

$$Z_{cc\ pu} = \frac{V_{cc}}{V_n}$$

- La reactancia de dispersión total del transformador en p.u.:

$$X_{cc\ pu} = \sqrt{Z_{cc\ pu}^2 - R_{cc\ pu}^2}$$

2. Fórmulas Consultadas para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión

En esta sección se analizan fórmulas encontradas en la literatura científica para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado. Con las fórmulas factibles de implementar, se calcula la reactancia de dispersión en 10 casos de estudio. Los parámetros eléctricos y geométricos se derivan y/o calculan a partir de la información de diseño proporcionada por una empresa fabricante de transformadores. Los resultados obtenidos se comparan con respecto a la medición.

En general, las expresiones consultadas para el cálculo de la reactancia de dispersión se caracterizan por tener dos grupos de parámetros. Los parámetros eléctricos son muy similares indistintamente de la geometría que se trabaje (devanados circulares y no circulares). Los parámetros geométricos requieren un tratamiento particular dependiendo de la geometría del núcleo y los devanados. La expresión matemática que agrupa y relaciona los parámetros geométricos generalmente se denomina diagrama de amperios-vueltas (ATD por sus iniciales en inglés) [2, 3].

Respecto de las referencias que se exponen a continuación, es preciso señalar que aunque la primera y segunda referencia aplica a devanados circulares, resulta pertinente comentarlas debido a que algunas de las fórmulas aplicables a transformadores de núcleo arrollado se derivan o son modificaciones de estas fórmulas.

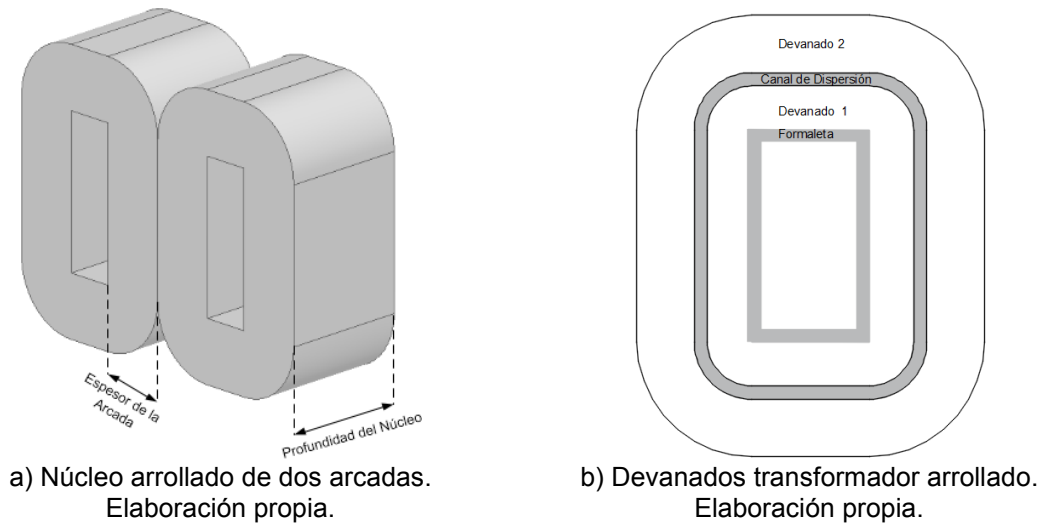
Con base en la definición fundamental de la inductancia Kulkarni y Khaparde obtienen una expresión completamente analítica. La expresión matemática final para el cálculo de la reactancia de dispersión así como la expresión matemática para el cálculo del ATD no incluye constantes o factores empíricos de naturaleza desconocida. En concordancia con la expresión derivada para el cálculo del ATD, el método aplica exclusivamente a devanados circulares. Para dar solución a la asimetría de los devanados se establece una altura equivalente, calculada como el cociente entre la altura real del devanado y el factor de Rogowski [2].

Del Vecchio *et. al.*, presentan una segunda alternativa para devanados circulares la cual se desarrolla a partir de la Ley de Ampere, por lo que los supuestos iniciales serían: i) distribución uniforme de amperios-vuelta a lo largo de los devanados, en

lo que se refiere al campo magnético, y ii) se asume inicialmente campo totalmente axial. A pesar de lo anterior, se tiene en cuenta la componente radial del campo magnético incluyendo un factor denominado s , resultado de multiplicar la diferencia entre el radio del devando externo y el radio del núcleo por una constante de naturaleza desconocida (0.32). La altura equivalente común se aproxima con el promedio de la altura real de los devandos [3].

A continuación se analizan las fórmulas aplicables a transformadores de núcleo arrollado. En algunas de las fórmulas consultadas se vinculan las dimensiones del núcleo mostradas en la Figura 5(a). Por otro lado, para el cálculo de las relaciones geométricas derivadas en todas las fórmulas es necesario considerar la ubicación de los devanados respecto del núcleo. De acuerdo con la Figura 5(b), para el resto de la presente sección, el devanado 1 corresponde al devanado interno o próximo al núcleo y el devanado 2 corresponde al devanado externo.

Figura 5. Diagrama del Transformador de Núcleo Arrollado



2.1. Fórmula 1

Para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado el Prof. Avelino Pérez presenta la expresión matemática (2.1) como una fórmula empírica (experimental) [1].

$$\%X = \frac{(kVA/fase)(f/60)v_m\gamma}{22.14 * \alpha * N_{ab} * V_t^2} \quad (2.1)$$

La Tabla 1 relaciona y describe cada una de las variables de la ecuación (2.1). Se evidencian tres variables relacionadas con la geometría que son calculadas a partir de las dimensiones de los devanados y del núcleo.

Tabla 1. Fórmula 1 – Descripción de Variables

Variables eléctricas		
Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Potencia por fase	$\frac{kVA}{fase}$	
Frecuencia (Hz)	f	
Voltios por espira (V)	V_t	
Variables geométricas		
Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Promedio de las longitudes de la vuelta media (mm)	$v_m = \frac{l_{vm1} + l_{vm2}}{2}$	l_{vm1} : Longitud de la vuelta media del devanado 1 (mm) l_{vm2} : Longitud de la vuelta media del devanado 2 (mm)
Parámetro γ (mm)	$\gamma = a + \frac{c}{3} + b$	a : Espesor radial del devanado 1 (mm) b : Espesor radial del canal de dispersión (mm) c : Espesor radial del devanado 2 (mm)
Longitud de la trayectoria del flujo disperso (mm)	$\alpha = \frac{a + b + c}{3} + \frac{h + l}{2}$	h : Altura devanado 1 (mm) l : Altura devanado 2 (mm)
Longitud de la vuelta media del devanado 1 (mm)	$l_{vm1} = 2(C + 2D) + \pi(2d_{form} + a)$	C : Profundidad del núcleo (mm) D : Espesor de la arcada (mm) d_{form} : Espesor de la formaleta (mm)
Longitud de la vuelta media del devanado 2 (mm)	$l_{vm2} = 2(C + 2D) + \pi[2(d_{form} + a + b) + c]$	
Número de espacios entre devanados	N_{ab}	1 para dos devanados concéntricos 2 para tres devanados concéntricos

Los parámetros geométricos no se agrupan o relacionan en una componente única comparable con la definición de ATD. El cálculo de los parámetros l_{vm1} y l_{vm2} se hace a partir de los parámetros geométricos del núcleo (profundidad y espesor de la arcada). Estos parámetros (l_{vm1} , l_{vm2}) aunque denominados longitudes de vuelta media, por su modo de cálculo, más bien corresponden al perímetro externo de cada devanado. Para las zonas alrededor de los vértices de la formaleta se considera un radio de curvatura constante equivalente a los espesores. En cuando a la dimensión axial, se evidencia que el ajuste corresponde al promedio de las alturas reales de los devanados.

El espesor radial de cada devanado se calcula en función del espesor de los materiales que intervienen en la construcción. El espesor del devanado se considera constante y se calcula como sigue:

$$a = (Capas_{DV1}(conductor_{DV1} + aisl_capas_{DV1}) * 1.05$$

$$c = (Capas_{DV2}(conductor_{DV2} + aisl_capas_{DV2}) + aisl_ext$$

Capas: Número de capas del devanado 1

conductor: Espesor conductor del devanado

aisl_capas: Espesor aislamiento entre capas

aisl_ext: Espesor aislamiento externo

En el devanado 1 considera una tolerancia de 5% por uso de cintas para sujeciones o amarres.

2.2. Fórmula 2

La ecuación (2.2) corresponde a la fórmula presentada por Georgilakis, para el cálculo de la reactancia de dispersión (p.u.) en transformadores de núcleo arrollado. Esta expresión implícitamente está en función de los parámetros potencia (*kVA*), tensión y número de espiras del devanado de baja tensión³ [10].

$$IX_{(pu)} = \frac{I_{LV}^p * 2 * \pi * f * turns_{LV}^2 * L_{tot}}{V_{LV}^p} (p. u.) \quad (2.2)$$

La Tabla 2 relaciona y describe cada una de las variables de la ecuación (2.2). Los parámetros geométricos se incluyen en el cálculo de la inductancia.

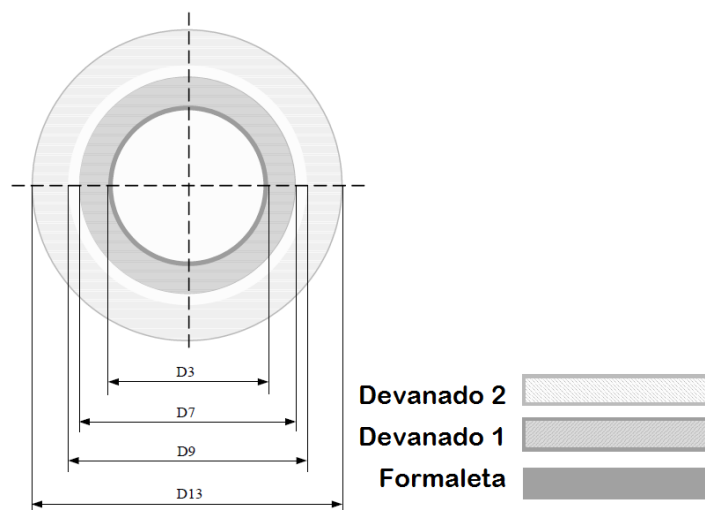
³ $I_{LV}^p = S_{1\phi} / V_{LV}^p$ entonces para la expresión general de la reactancia de dispersión, se tiene:

$$\dots \frac{\left[\frac{S_{1\phi}}{V_{LV}^p} * turns_{LV}^2 \right]}{V_{LV}^p} = S_{1\phi} * \left(\frac{V_{LV}^p}{turns_{LV}} \right)^2 \dots$$

Tabla 2. Fórmula 2 - Descripción de Variables

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Frecuencia (Hz)	f	
Corriente de fase devanado baja tensión (A)	I_{LV}^p	
Número de vueltas del devanado baja tensión	$turns_{LV}$	
Voltaje de fase devanado baja tensión (V)	V_{LV}^p	
Inductancia total (H)	$L_{tot} = L25 + L26 + L27 + L28 + L29$	A continuación se deriva el cálculo para cada término.

Para el cálculo de la inductancia el método aproxima la forma rectangular del núcleo a una forma circular (usando una constante de naturaleza desconocida) y en lo sucesivo estima diversos diámetros y sus áreas asociadas, las cuales están limitadas por los bordes externos e internos de los devanados y del canal de dispersión (ver figura 6). Como el método incluye los canales de refrigeración, también se calcula el área equivalente. En la tabla 3 se muestra el procedimiento.

Figura 6. Diámetros Equivalentes de los Devanados – Fórmula 2.

Adaptado de [10]

Tabla 3. Fórmula 2 - Transformación Geométrica de los Devanados

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Largo de la formaleta (m)	$ML = D + 2 * CCEE$	D : Profundidad del núcleo (m) $CCEE$: Tolerancia en la ubicación del núcleo. (m)
Ancho de la formaleta (m)	$MW = 2 * E_u + K$	E_u : Espesor de la arcada K : Distancia entre dos núcleos adyacentes (m)

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Diámetro equivalente de la formaleta (m)	$DMC = \frac{2(ML + MW) - 10.992}{\pi}$	Aproximación contorno rectangular a circular (m)
Diámetro y área equivalente limitada por borde externo de la formaleta ($m; m^2$)	$D3 = DMC + 2I_{C-DV1}$ $A3 = \pi * \frac{D3^2}{4}$	I_{C-DV1} : Espesor radial de la formaleta (m)
Diámetro y área equivalente limitada por el borde externo del devanado 1 sin incluir canales de refrigeración ($m; m^2$)	$D5 = D3 + 2 * BLD_{DV1}$ $A5 = \pi * \frac{D5^2}{4}$	BLD_{DV1} : Espesor radial del devanado 1 (m)
Diámetro y área equivalente limitada por el contorno externo del devanado de 1 incluyendo canales de refrigeración ($m; m^2$)	$A7 = A5 + A6$ $D7 = \sqrt{\frac{4 * A7}{\pi}}$	$A6$: Área rectangular equivalente a canales de refrigeración en el devanado 1. La dimensión menor está determinada por el espesor y la cantidad de ductos. La dimensión mayor es equivalente al ancho de la formaleta ($LG_{DV1} = MW$)
Diámetro y área equivalente limitada por el borde externo del canal de dispersión ($m; m^2$)	$D9 = D7 + 2 * I_{DV1-DV2}$ $A9 = \pi * \frac{D9^2}{4}$	$I_{DV1-DV2}$: Espesor radial del canal de dispersión (m)
Diámetro y área equivalente limitada por el borde externo del devanado 2 ($m; m^2$)	$D11 = D9 + 2 * BLD_{DV2}$ $A11 = \pi * \frac{D11^2}{4}$	BLD_{DV2} : Espesor radial del devanado 2 (m)
Área equivalente limitada por el borde externo del devanado 2 incluyendo canales de refrigeración (m^2)	$A13 = A11 + A12$	$A12$: Área rectangular equivalente a canales de refrigeración en el devanado 2. (m^2) La dimensión menor está determinada por el espesor y la cantidad de ductos. La dimensión mayor es equivalente a: $LG_{DV2} = MW + 2 * BDL_{DV1} + 2 * I_{DV1-DV2}$

El espesor de los devanados (BLD_{DV1}, BLD_{DV2}) se determina en función del espesor de los materiales que intervienen en la construcción y se ajusta con el factor de espaciamento en dirección radial ($LDSP$):

$$BLD_{DV1} = (conductor_{DV1} + aisl_capas_{DV1}) * (Capas_{DV1}/LDSP_{DV1})$$

$$BLD_{DV2} = (conductor_{DV2} + aisl_capas_{DV2}) * (Capas_{DV2}/LDSP_{DV2})$$

El método usa factores de ajuste para el cálculo de la altura magnética, uno relacionado con cada devanado. El procedimiento para el cálculo se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4. Fórmula 2 - Ajuste de la Altura Magnética

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Ajuste dimensión axial del devanado primario (m)	$k_l = \frac{-2\sqrt{A3} + \sqrt{A7} + \sqrt{A9}}{2\pi * TD_{DV1}}$ $L17 = (k_l^2 + k_l + 1) * TD_{DV1}$	TD_{DV1} : Altura devanado 1 (m)
Ajuste dimensión axial del devanado secundario (m)	$k_p = \frac{2\sqrt{A13} - \sqrt{A7} - \sqrt{A9}}{2\pi * TD_{DV2}}$ $L21 = (k_p^2 + k_p + 1) * TD_{DV2}$	TD_{DV2} : Altura devanado 2 (m)
Dimensión LH23	$LH23 = L17 + L21$	

La Tabla 5 muestra el procedimiento para calcular cada uno de los términos que llevan al cálculo de la inductancia total (L_{tot}).

Tabla 5. Fórmula 2 - Cálculo de la Inductancia

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Inductancia L25 (H)	$L25 = \frac{(A5 - A3) * 0.396}{L17} * \mu_0$	Equivalente para devanado 1
Inductancia L26 (H)	$L26 = \frac{(A11 - A9) * 0.396}{L21} * \mu_0$	Equivalente para devanado 2
Inductancia L27 (H)	$L27 = \frac{(A9 - A7) * 2}{LH23} * \mu_0$	Equivalente para canal de dispersión
Inductancia L28 (H) Equivalente para canales de refrigeración devanado 1.	$L28 = \frac{(A6) * FN(Ducts_{DV1})}{L17} * \mu_0$	Establece $FN(Ducts_{DV1}) = 0.318$, donde $Ducts_{DV1}$ corresponde al número de ductos de refrigeración en devanado 1
Inductancia L29 (H) Equivalente para canales de refrigeración devanado 2	$L29 = \frac{(A12) * FN(Ducts_{DV2})}{L21} * \mu_0$	Establece $FN(Ducts_{DV2}) = 0.320$, donde $Ducts_{DV2}$ corresponde al número de ductos de refrigeración en el devanado 2

Se solicitó al autor información respecto de la constante identificada para la transformación geométrica de los devanados (forma rectangular a circular) y dos constantes más para la inclusión de los canales de refrigeración. En respuesta a la solicitud, el autor informa que las constantes corresponden a factores empíricos propiedad de un fabricante y por lo tanto no publicables.

2.3. Fórmula 3

Para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado Hameed cita la ecuación (2.3). Su aplicación requiere calcular la reactancia de dispersión en dirección axial y dirección radial por separado. En la Tabla 6 se relacionan y describen las variables de la ecuación (2.3) [11].

$$\%IX_L = \%IX_a + \%IX_r \quad (2.3)$$

Tabla 6. Fórmula 3 - Descripción de Variables

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Variables eléctricas		
Reactancia dispersión en dirección axial	$\%IX_a = \frac{8 * f * I_p * T_p^2 * S_a}{L_a * V_p}$	
Reactancia dispersión en dirección radial	$\%IX_r = \%IX_a * \frac{S_r}{S_a} * \frac{L_a}{L_r}$	
Variables geométricas		
Frecuencia (Hz)	f	
Corriente de fase del devanado primario (A)	I_p	
Número de vueltas del devanado primario	T_p^2	
Voltaje del devanado primario (V)	V_p	
Área de fuga equivalente del bobinado en dirección axial	$S_a = A_g + \frac{A_p + A_s}{3}$	
Área de la sección transversal del espacio entre devanados	A_g	No especifica procedimiento para cálculo.
Área de la sección transversal del devanado primario	A_p	No especifica procedimiento para cálculo.
Área de la sección transversal del devanado secundario	A_s	No especifica procedimiento para cálculo.
Longitud flujo disperso en dirección axial	$L_a = \frac{a + d_s + d_p}{3} + \frac{h_p + h_s}{2}$	a : Espesor radial del canal de dispersión d_s : Espesor radial del devanado secundario d_p : Espesor radial del devanado primario h_s : Altura devanado secundario h_p : Altura devanado primario

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Área de fuga equivalente del bobinado en dirección radial	S_r $= \frac{1}{3} * L_{mt} * h_s * \left[\frac{1}{2} (h_s - h_p) \right]^2 \frac{1}{H_s}$	Asume que $L_{mtp} = L_{mts} = L_{mt}$ H_s : Sin información
Promedio de la longitud de la vuelta del primario y del secundario	L_{mtp}, L_{mts}	No especifica procedimiento para cálculo.
Longitud flujo disperso en dirección radial	$L_r = 1.3 * (a * d_s * d_p)$	

Se consultaron las referencias citadas por el autor ya que las variables geométricas definidas como *área de la sección transversal* y *promedio de la longitud de la vuelta del primario y el secundario* no asocian información para su respectivo cálculo.

La primera referencia corresponde a la metodología obtenida por Georgilakis, la cual ya se presentó y analizó en este documento. Se evidencia que las variables relacionadas en la tabla 6 y para las cuales se observó ausencia de información no se encuentran en la referencia citada.

La segunda referencia no se encuentra en las bases de datos científicas. Corresponde al documento “*Design standard of distribution transformer*”. *Mitsubishi Electric Corporation, 1983*”.

2.4. Fórmula 4

La ecuación (2.4) corresponde a la propuesta presentada por Coll *et. al.*, para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores trifásicos de núcleo arrollado [12]. Para aplicar esta fórmula en transformadores monofásicos se requiere ajustar la potencia nominal (S), debido a que la fórmula requiere un valor de potencia trifásica. En la Tabla 7 se relacionan y describen las variables de la ecuación (2.4).

$$\%UX = \frac{1}{1210} * f * \frac{S}{V/N^2} * \frac{1}{\pi h_{ROG}} * \left(E_{M1} \frac{e_1}{3} + E_{M12} e_{12} + E_{M2} \frac{e_2}{3} \right) \quad (2.4)$$

Tabla 7. Fórmula 4 - Descripción de Variables

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Variables eléctricas		
Frecuencia (Hz)	f	
Potencia aparente del transformador (kVA)	S	

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Tensión de fase de Baja tensión (V)	V	
Número de vueltas del devanado de baja tensión	N	
Variables geométricas		
Altura Rogowski (mm)	$h = \frac{h_{DV1} + h_{DV2}}{2}$ $ROG \sim 1 - \frac{e_1 + e_{12} + e_2}{\pi h}$ $h_{ROG} = \frac{h}{ROG}$	h_{DV1} : Altura devanado 1 (mm) h_{DV2} : Altura devanado 2 (mm) e_1 : Espesor radial del devanado 1 (mm) e_2 : Espesor radial del devanado 2 (mm) e_{12} : Espesor radial del canal de dispersión (mm)
Espira media del devanado de 1 (mm)	$E_{M1} = \frac{Per_{int1} + Per_{ext1}}{2}$	
Espira media del devanado de 2 (mm)	$E_{M2} = \frac{Per_{int2} + Per_{ext2}}{2}$	
Espira media del canal (mm)	$E_{M12} = \frac{Per_{ext1} + Per_{int2}}{2}$	
Perímetro interno del devanado 1 (mm)	$Per_{int1} = 2(Z + Apil_{Tot} + TolV + TolT - 4RC) + 2\pi RC$	Z : Profundidad del núcleo (mm) $Apil$: Espesor de la arcada y $Apil_{Tot} = 2Apil$ (mm) $TolV$: Tolerancia en la ubicación del núcleo en la dirección de la ventana. (mm) $TolT$: Tolerancia en la ubicación del núcleo en la dirección del tanque. (mm) RC : Radio de la curvatura de la caja del devanado 1 (mm)
Perímetro externo del devanado 1 (mm)	$Per_{ext1} = Per_{int1} + 2\pi e_1$	
Perímetro interno del devanado 2 (mm)	$Per_{int2} = Per_{ext1} + 2\pi e_{12}$	
Perímetro externo del devanado de 2 (mm)	$Per_{ext2} = Per_{int2} + 2\pi e_2$	

El espesor radial de los devanados está determinado por el espesor de los materiales que intervienen en la construcción y ajustado con factor de espaciado en dirección radial ($LDSP$).

$$e_1 = (Capas_{DV1} * conductor_{DV1} + (Capas_{DV1} - 1) * aisl_{capas_{DV1}}) * LDSP_{DV1}$$

$$e_2 = (Capas_{DV2} * conductor_{DV2} + (Capas_{DV2} - 1) * aisl_{capas_{DV2}}) * LDSP_{DV2}$$

El radio de curvatura para modelar el área alrededor de los vértices de la formaleta se considera constante y equivalente al espesor de cada devanado. Coll *et. al.*, utiliza el factor de Rogowski para incluir la componente radial del campo.

En la expresión (2.5) se evidencia un error en el término (V/N^2) que vincula el voltio por espira. Ajustando la variable a $(V/N)^2$ el desempeño de la fórmula mejora y en consecuencia se obtienen resultados es una escala coherente con lo esperado.

2.5. Fórmula 5

Torres *et. al.*, obtienen la fórmula (2.5) para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado a partir de la metodología de Kulkarni y Khaparde.

Para el cálculo del ATD Torres *et. al.*, derivan expresiones por separado, es decir, una por cada devanado y una para el canal de dispersión (Kulkarni y Khaparde derivan una expresión única para calcular el ATD); en consecuencia, se calcula la reactancia de dispersión del devanado 1 (X_1) y del devanado 2 (X_2) de acuerdo con las ecuaciones (2.6) y (2.7) [13].

$$X_{cc} = X_1 + \left[X_2 * \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

Donde,
$$X_1 = \frac{2\pi\mu_0 f N_1^2}{h_{eq}} * \left[\frac{ATD_{R0}}{2} + ATD_{R1} \right] \quad (2.6)$$

$$X_2 = \frac{2\pi\mu_0 f N_2^2}{h_{eq}} * \left[\frac{ATD_{R0}}{2} + ATD_{R2} \right] \quad (2.7)$$

En la Tabla 8 se relacionan y describen las variables de las ecuaciones (2.5), (2.6) y (2.7).

Tabla 8. Fórmula 5 – Descripción de Variables

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Variables eléctricas		
Frecuencia	f	
Número de vueltas del devanado 1 y del devanado 2	N_1, N_2	
Variables geométricas		
Altura equivalente	$h_{eq} = h_d / K_R$	La altura equivalente se ajusta con el factor de Rogowski h_d : Altura real del devanado.

Descripción variable	Expresión matemática	Observación
Factor de Rogowski	$K_R = 1 - \frac{1 - e^{\frac{-\pi \cdot h d}{\delta_0 + \delta_1 + \delta_2}}}{\pi \cdot h d / (\delta_0 + \delta_1 + \delta_2)}$	δ_1 : Espesor radial del devanado 1 δ_0 : Espesor radial del canal de dispersión δ_2 : Espesor radial del devanado 2
Diagrama ampere-vuelta del devanado 1	$ATD_{R1} = \frac{\delta_1}{3} \left(P_{int1} + \frac{1}{2} \pi \delta_1 \right)$	
Diagrama ampere-vuelta del canal de dispersión	$ATD_{R0} = \delta_0 (P_{int0} + \pi \delta_0)$	
Diagrama ampere-vuelta del devanado 2	$ATD_{R2} = \frac{\delta_2}{3} \left(P_{int2} + \frac{3}{2} \pi \delta_2 \right)$	
Perímetro interno del devanado 1	$P_{int1} = 2(L_1 + L_2 + \pi \delta_{form})$	L_1 : Ancho de la formaleta L_2 : Largo de la formaleta δ_{form} : Espesor de la formaleta
Perímetro interno del canal de dispersión	$P_{int0} = 2[(L_1 + L_2 + \pi(\delta_{form} + \delta_1))]$	
Perímetro interno del devanado 2	$P_{int2} = 2[(L_1 + L_2 + \pi(\delta_{form} + \delta_1 + \delta_0))]$	

El espesor radial de los devanados está determinado por el espesor de los materiales que intervienen en la construcción y ajustado con factor de espaciado en dirección radial ($LDSP$).

$$\delta_1 = (Capas_{DV1} * conductor_{DV1} + (Capas_{DV1} - 1) * aisl_capas_{DV1}) * LDSP_{DV1}$$

$$\delta_2 = (Capas_{DV2} * conductor_{DV2} + (Capas_{DV2} - 1) * aisl_capas_{DV2}) * LDSP_{DV2}$$

2.6. Resultados con Fórmulas Consultadas

En las fórmulas analizadas (excepto en Georgilakis) se evidencia que el factor de afectación del área de dispersión de cada devanado es $\approx 1/3$ y del canal de dispersión es ≈ 1 ; esto coincide con las fórmulas para devanados circulares de Kulkarni y Khaparde y Del Vecchio *et. al.*

En las fórmulas analizadas el espesor radial de los devanados se determina en función del espesor de los materiales. Para las zonas alrededor del vértice de la formaleta, el área se modela con un radio de curvatura equivalente al espesor del devanado, excepto en la metodología de Georgilakis en la cual se transforma por completo la forma rectangular a un patrón geométrico circular. La tendencia es considerar un espesor constante e igual en todas las zonas del devanado, excepto

en Georgilakis donde se vinculan los canales de refrigeración en una ubicación paralela a los lados de menor dimensión de la formaleta. Para incluir la componente radial del campo Coll *et. al.*, y Torres *et. al.*, utilizan el factor de Rogowski, mientras que Pérez A., simplemente aproxima la altura magnética como el promedio de las alturas reales de los devanados.

Respecto de la metodología de Georgilakis, se puede inferir que usa el concepto o definición detrás de algunas fórmulas empíricas usadas para calcular la inductancia de una bobina o solenoide circular con geometría conocida. La expresión de una fórmula empírica elemental para calcular la inductancia de una bobina circular de una capa, con radio a , longitud l y número de espiras o vueltas N , esta dada por la expresión $L \approx \frac{a^2 N^2}{l}$.

En la Tabla 9 se relacionan los parámetros eléctricos de 10 casos de estudio reales, para los cuales se calcula la reactancia de dispersión aplicando las fórmulas 1, 4 y 5. La fórmula propuesta por Georgilakis, (fórmula 2) no se implementa porque incluye una serie de constantes que no aplican de forma generalizada y que tampoco son formuladas por el autor. La fórmula 3 (citada por Hameed) no se implementa debido a la ausencia de información respecto del procedimiento para calcular las variables intermedias que relacionan los parámetros geométricos.

Tabla 9. Parámetros Eléctricos de los Casos de Estudio.

Caso Estudio	Potencia (kVA)	Frecuencia (Hz)	Tensión Nominal de Fase AT (V)	Tensión Nominal de Fase BT (V)	Numero espiras AT (–)	Numero espiras BT (–)
1	15	60	13200	277	2573	54
2	167.5	60	13200	240	770	14
3	15	60	7620	480	1619	102
4	25	60	6000	240	900	36
5	100	60	19920	240	1494	18
6	15	60	7620	240	1397	44
7	167	60	14400	277	1144	22
8	37.5	60	13800	240	2070	36
9	100	60	13800	240	1035	18
10	75	60	7620	240	698	22

En la Tabla 10 se relaciona el valor de la reactancia de dispersión medido y el valor calculado mediante las fórmulas consultadas, para los 10 casos de estudio. Los parámetros calculados con cada fórmula puede ser consultados en el anexo A: “Parámetros Calculados con Fórmulas Consultadas y Resultados”.

Tabla 10. Resultados Reactancia de Dispersión con Fórmulas Consultadas

Caso de Estudio	Reactancia de Dispersión (%)			
	Valor Medido (X_m)	Fórmula 1 Pérez. A. ($X_{fór_1}$)	Fórmula 4 Coll <i>et. al.</i> ($X_{fór_4}$)	Fórmula 5 Torres <i>et. al.</i> ($X_{fór_5}$)
1	2.53	3.61	2.07	2.14
2	2.27	2.65	1.61	1.68
3	1.23	1.44	0.87	0.90
4	2.77	3.99	2.19	2.26
5	3.14	3.84	2.20	2.25
6	2.50	4.15	2.06	2.10
7	3.11	3.68	2.06	2.11
8	2.35	2.75	1.71	1.78
9	2.79	3.20	2.01	2.08
10	2.36	2.80	1.69	1.74

En la Figura 7(a) se grafica el valor calculado para cada caso aplicando las diferentes fórmulas y se compara con el valor medido. Los resultados obtenidos con las fórmulas 4 y 5 son muy similares y muestran una tendencia menos dispersa en torno a la medición. Los resultados obtenidos con la fórmula 1 aunque presentan un grado de dispersión mayor, en la mayoría de los casos son más precisos.

En la Figura 7(b) se muestra la diferencia absoluta entre el valor calculado con cada fórmula analizada y el valor medido; es claro que con la fórmula propuesta por Pérez A. en todos los casos de estudio se calcula un valor de reactancia mayor al valor medido; por el contrario los valores negativos que se aprecian en la figura y que corresponden a los valores calculados con las fórmulas de Coll *et. al.*, y Torres *et. al.*, dejan en evidencia que calculan por debajo de la medición.

Para ampliar la interpretación de los resultados, tomando como referencia el valor medido se calculó y graficó el error relativo (%) con la siguiente expresión [14]:

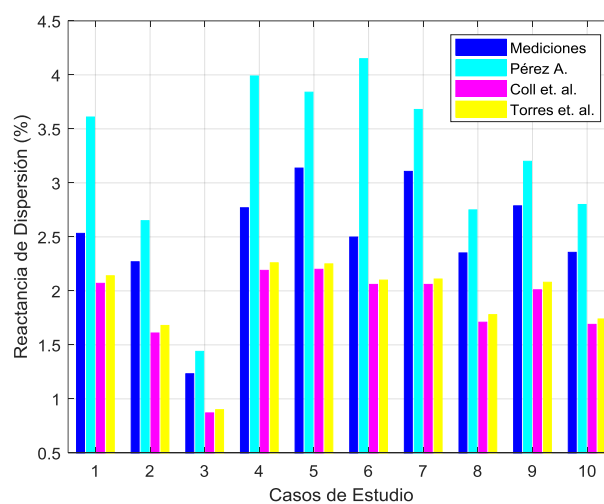
$$\%Dif = \frac{Valor\ Calculado - Valor\ medido}{Valor\ medido} * 100$$

Tabla 11. Error Relativo de Resultados con Fórmulas Consultadas

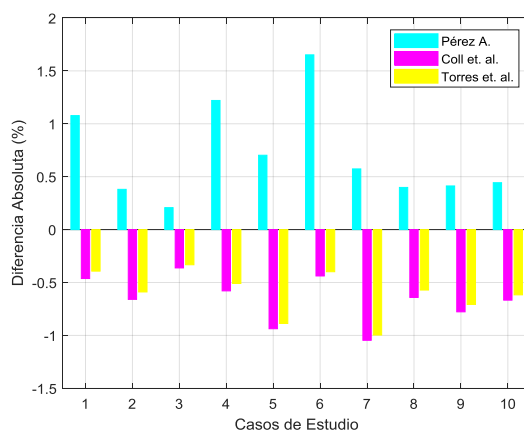
Caso de Estudio	Error Relativo (%)		
	Fórmula 1 Pérez. A. $e_{m.fór_1}$	Fórmula 4 Coll <i>et. al.</i> $e_{m.fór_4}$	Fórmula 5 Torres <i>et. al.</i> $e_{m.fór_5}$
1	42.54	-18.27	-15.50
2	16.77	-29.06	-25.97
3	16.84	-29.41	-26.98
4	44.07	-20.92	-18.40

Caso de Estudio	Error Relativo (%)		
	Fórmula 1 Pérez. A. $e_{m.fór_1}$	Fórmula 4 Coll <i>et. al.</i> $e_{m.fór_4}$	Fórmula 5 Torres <i>et. al.</i> $e_{m.fór_5}$
5	22.40	-29.87	-28.28
6	66.11	-17.55	-15.95
7	18.46	-33.69	-32.08
8	16.95	-27.28	-24.30
9	14.80	-27.89	-25.38
10	18.80	-28.30	-26.17
Promedio	27.77	26.22	23.90

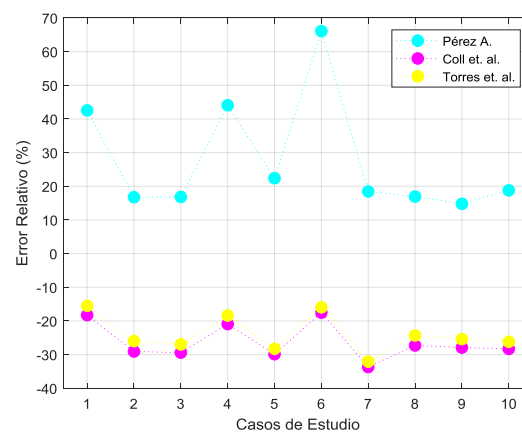
Figura 7. Resultados de la Reactancia de Dispersión con Fórmulas Consultadas



a) Valor Reactancia de Dispersión



7b) Diferencia Absoluta



7c) Error Relativo

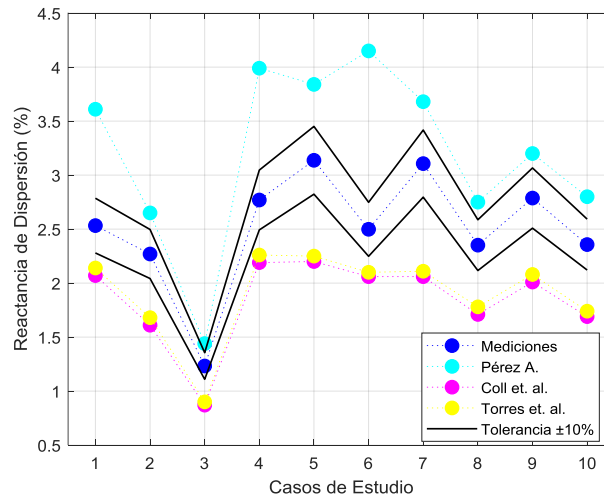
En 7 casos de estudio la fórmula 1 (Pérez A.) entregó mejores resultados que las demás, sin embargo en los casos de estudio restantes el error relativo observado es bastante alto. En los casos estudio 1, 4 y 6 se obtuvieron resultados más cercanos a la medición aplicando la fórmula propuesta por Torres *et. al.*

Los resultados calculados con la fórmula presentada por Pérez A., se acercan al valor medido en la mayoría de los casos de estudio, sin embargo el error relativo promedio es más alto (27.77%).

Con las metodologías de Coll *et. al.* y Torres *et. al.*, en todos los casos de estudio los resultados son muy similares, lo cual puede estar explicado por algunos aspectos en común. En ambas metodologías la altura de los devanados se ajusta con el factor de Rogowski. Para el cálculo de ATD o su equivalente las dos metodologías incluyen el producto del espesor de cada devanado por la longitud de la espira media o el perímetro respectivo.

Finalmente, en la Figura 8 se incluye una banda de tolerancia de $\pm 10\%$ y se considera simplemente como valor indicativo. Los resultados obtenidos permiten evidenciar que no se tiene disponible una fórmula confiable para determinar el valor preciso de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado.

Figura 8. Resultados incluyendo Banda de Tolerancia de $\pm 10\%$



La intención o contribución de la investigación es satisfacer el vacío evidenciado en la literatura derivando una fórmula analítica comprensible, confiable y por tanto fácil de implementar durante la etapa de diseño para estimar el valor de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado.

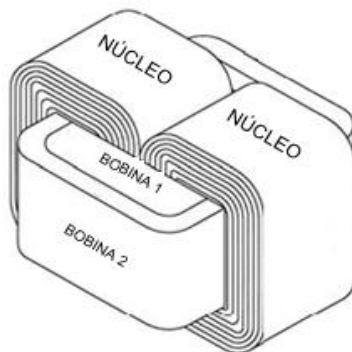
3. Modelo Geométrico de los Devanados del Transformador de Núcleo Arrollado

El objetivo de esta sección es realizar el modelado geométrico de los devanados del transformador de núcleo arrollado. En particular se considera la vista superior de la geometría para obtener expresiones matemáticas exactas para el cálculo del área de dispersión de cada devanado y del canal de dispersión. *Las expresiones desarrolladas en este capítulo para el cálculo de las áreas de dispersión son las entradas fundamentales en la fórmula analítica desarrollada posteriormente en el capítulo 4.*

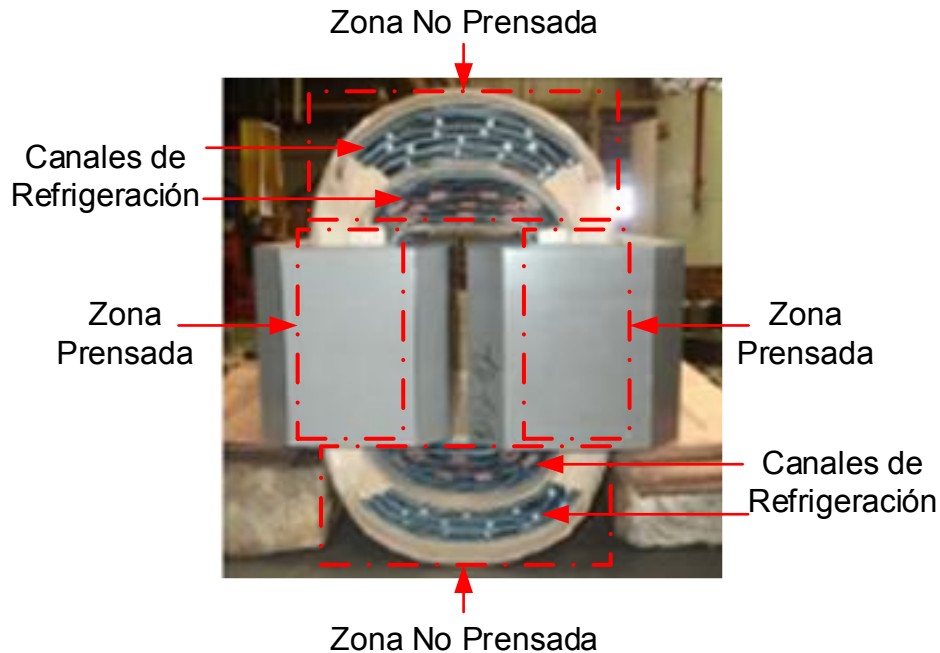
En la primera sección de este capítulo se considera un modelo ideal de los devanados, denominado así por los supuestos considerados. El propósito del modelo ideal es introducir de manera progresiva consideraciones geométricas que harán parte del modelo geométrico real. En la segunda sección se complejiza el modelo buscando una aproximación más fiel a la geometría real de los devanados de los transformadores de núcleo arrollado.

La Figura 9 muestra esquemáticamente el modelo del transformador para el cual aplicará la fórmula propuesta en este trabajo. Corresponde a un transformador monofásico tipo acorazado de núcleo arrollado compuesto por dos devanados (alta-baja o baja-alta tensión). El núcleo arrollado condiciona el uso de devanados no circulares como los mostrados en la Figura 10.

Figura 9. Modelo del Transformador de Núcleo Arrollado



Esquema del transformador de núcleo arrollado monofásico, tipo acorazado. Adaptado de [5]

Figura 10. Transformador Real de Núcleo Arrollado

Transformador real monofásico, de núcleo arrollado y dos devanados. Adaptado de [12]

La estructura del mandril o molde usado para la fabricación de los devanados sigue el patrón de un prisma rectangular, sin embargo esta forma rectangular se desvanece a medida que incrementa el número de capas devanadas (Ver Figura 10). Tomando como referencia la vista superior de los devanados no es posible afirmar que siguen un patrón geométrico estándar (rectangular o circular).

Para la construcción del modelo se definen los parámetros geométricos globales descritos a continuación⁴:

w_0 : Longitud del lado menor de la formaleta

w'_0 : Longitud del lado mayor de la formaleta

w_1 : Espesor del devanado interno en la zona prensada

⁴ Estos parámetros surgen del proceso de diseño del Cálculo Eléctrico del transformador y son datos conocidos plenamente por el fabricante.

w'_1 : Espesor del devanado interno en la zona no prensada

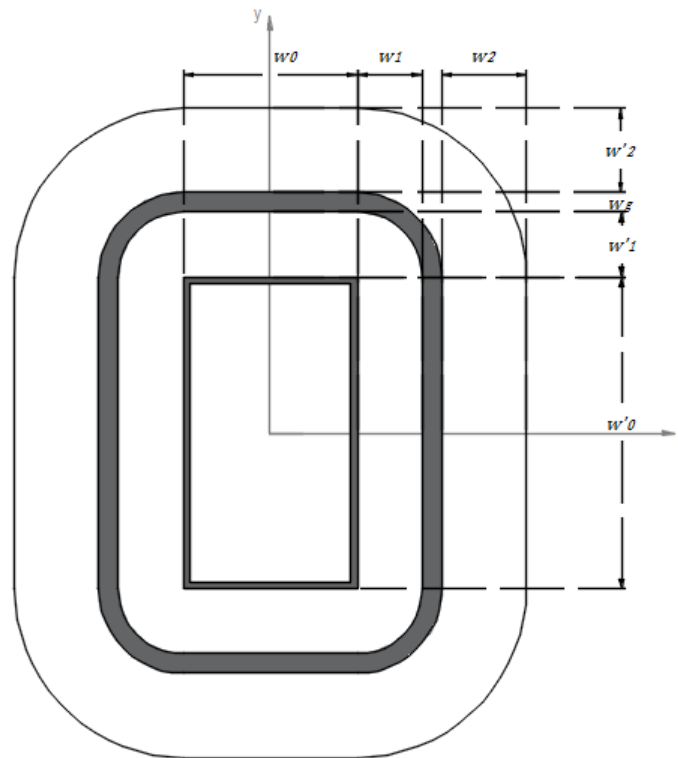
w_2 : Espesor del devanado externo en la zona prensada

w'_2 : Espesor del devanado externo en la zona no prensada

w_g : Espesor canal de dispersión

En la Figura 11 se pueden apreciar esquemáticamente cada una de las dimensiones. De dentro hacia fuera se observa la formaleta, el devanado interno, el canal de dispersión y el devanado externo. Todas las dimensiones listadas anteriormente en metros (m).

Figura 11. Esquema de los Parámetros Geométricos Globales



Elaboración propia.

Es preciso, resaltar que se ha decidido proponer un modelo en términos de parámetros geométricos globales de los devanados y no con dimensiones detalladas; esto con el objetivo de que la fórmula propuesta sea de utilidad tanto para la industria como para la academia. Si bien, la industria cuenta con la información detallada de espesor de conductores, aislantes, canales de

refrigeración, tolerancias de materiales, factores de prensado y factores de bobinado, en la mayoría de los casos la academia no tiene acceso a esta información tan específica del transformador. La ventaja del uso de dimensiones geométricas globales, es que estas surgen de manera natural en el proceso de diseño del transformador y son de uso potencialmente inmediato para el fabricante. En el caso de la academia, es más probable tener acceso únicamente a las dimensiones globales de la parte activa, lo que permite también aplicar de manera directa la fórmula propuesta aquí, en trabajos de investigación de tipo académico.

El efecto magnético de los canales de refrigeración no se considera en la deducción de la fórmula analítica, sin embargo la existencia de estos se incluye indirectamente en la geometría global de los devanados.

3.1 Modelo Ideal

En el modelo ideal se asume que el espesor de los devanados en la parte prensada y no prensada es igual, lo cual en general no se cumple pero resulta útil para hacer la primera aproximación al modelo geométrico. En consecuencia, los supuestos considerados en el modelo ideal son los siguientes:

- La tensión ejercida para el arrollamiento del material es constante.
- El modelo exhibe simetría con respecto a ambos ejes y con respecto al plano XY.
- Se ignora el espacio ocupado por los canales de refrigeración, las salidas de baja tensión y los taps en alta tensión.

La simetría del modelo permite simplificar el análisis y considerar solo el primer cuadrante, como se muestra en la Figura 12.

Si se aplica una tensión constante para el proceso de arrollamiento y la flexibilidad del material es tal que se adapta de forma precisa al patrón rectangular del molde (en particular, en los vértices), el espesor radial de los devanados es definido únicamente por el espesor radial del conductor y el espesor del aislamiento entre capas. En consecuencia el espesor del devanado es igual en zonas prensadas y no prensadas:

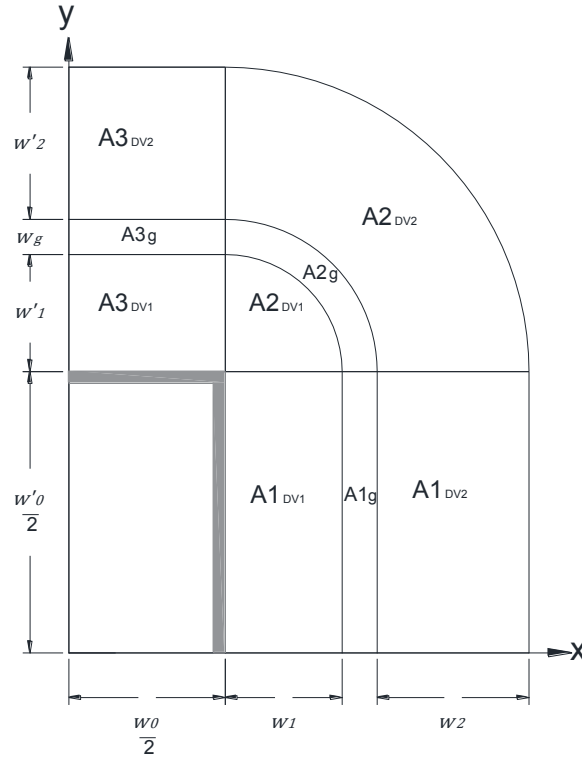
$$w_1 = w'_1 \quad \text{y} \quad w_2 = w'_2$$

En la Figura 12 se señalaron diferentes regiones en cada devanado y en el canal de dispersión para derivar las relaciones matemáticas que llevan al cálculo del área de dispersión.

Las regiones $A1_{DV1}$ y $A3_{DV1}$ en el devanado interno siguen un patrón geométrico rectangular, luego el área equivalente se calcula tomando como referencia las dimensiones de la formaleta, así:

$$A1_{DV1} = \left(\frac{w'_0}{2} * w_1 \right) \quad y \quad A3_{DV1} = \left(\frac{w_0}{2} * w'_1 \right)$$

Figura 12. Áreas de Dispersión en el Modelo Ideal



Elaboración propia.

Bajo el mismo razonamiento, se deducen las expresiones para el canal de dispersión y el devanado externo:

$$A1_g = \left(\frac{w'_0}{2} * w_g \right) \quad y \quad A3_g = \left(\frac{w_0}{2} * w_g \right)$$

$$A1_{DV2} = \left(\frac{w'_0}{2} * w_2 \right) \quad y \quad A3_{DV2} = \left(\frac{w_0}{2} * w'_2 \right)$$

El área de la región denotada como $A2_{DV1}$ se modela como un cuarto o cuadrante de circunferencia de radio $w = w_1 = w'_1$. (Ver Anexo B para más detalles)

$$A2_{DV1} = \frac{(\pi * w^2)}{4}$$

Extendiendo el resultado a los demás cuadrantes, el área total correspondiente al devanado interno es:

$$\begin{aligned} A_{totDV1} &= 4 * (A1_{DV1} + A2_{DV1} + A1_{DV1}) \\ A_{totDV1} &= 4 * \left\{ \left(\frac{w'_0}{2} * w_1 \right) + \frac{\pi * w_1^2}{4} + \left(\frac{w_0}{2} * w'_1 \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

De forma análoga se calcula el área denotada como $A2_g$ y el área denotada como $A2_{DV2}$ concernientes al canal de dispersión y al devanado externo respectivamente.

Hasta aquí se desarrolló un modelo aproximado, a continuación se agregan nuevas consideraciones y se propone un modelo más cercano a la geometría real de los devanados.

3.2. Modelo Geométrico Realista

En esta sección se incluyen nuevas consideraciones al modelo y se obtienen las expresiones finales para el cálculo del área de dispersión de cada devanado y del canal de dispersión. Las consideraciones del modelo se describen a continuación:

3.2.1. Canales de Refrigeración

Los canales de refrigeración ubicados exclusivamente en las zonas no sometidas a prensado aumentan el espesor del devanado. En consecuencia, como se observa en la Figura 10 el espesor de los devanados difiere entre una zona y otra.

3.2.2. Salidas de conexiones y Taps

Las salidas y conexiones del transformador que salen hacia los pasatapas y el conmutador (cambiador de taps) se ubican justamente en la zona no prensada de los devanados. Típicamente las salidas de baja tensión salen de un lado y las de alta tensión del lado opuesto; esto con el propósito de evitar abultamiento en un solo lado del transformador y, mitigar el riesgo de cruce de conductores de diferentes niveles de tensión por razones de aislamiento dieléctrico.

3.2.3. Proceso de prensado

De acuerdo con la Figura 10, se puede apreciar que en las zonas prensadas de los devanados el material se comprime y aplanan en torno a la formaleta. Por el contrario, en las zonas no prensadas, como se agregan los canales de refrigeración pero no se aplica ninguna fuerza de compresión los devanados tienden a curvarse.

3.2.4. Modelo Realista

Para incluir las consideraciones anteriormente descritas, se abandona el supuesto de que el espesor es el mismo para la secciones bajo la ventana y fuera de esta. En general, en transformadores reales se cumple que:

$$w'_1 > w_1 \quad \text{y} \quad w'_2 > w_2$$

Las zonas sometidas a prensado adquieren el patrón rectangular descrito en la sección 3.1, pues el objetivo del prensado es compactar los materiales (conductores y aislamientos) mediante el uso de una presión lo suficientemente alta, de modo tal que los materiales, en especial el conductor, se adapte muy bien al patrón rectangular del molde. Entonces, para modelar el área de la región señalada como $A1_{DV1}$, $A1_g$ $A1_{DV2}$ se sigue el procedimiento ya descrito y se tiene que:

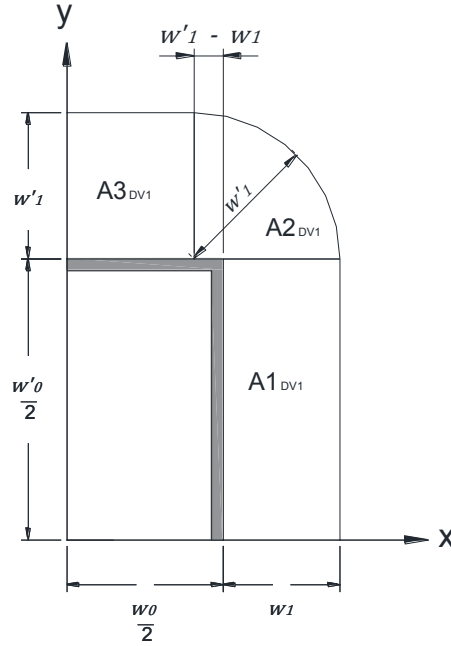
$$A1_{DV1} = \left(\frac{w'_0}{2} * w_1\right); \quad A1_g = \left(\frac{w'_0}{2} * w_g\right); \quad A1_{DV2} = \left(\frac{w'_0}{2} * w_2\right)$$

En la Figura 13, el centro del arco de la circunferencia se desplaza en la dirección negativa de x una longitud equivalente a $w'_1 - w_1$ y como resultante se obtiene una región delimitada por un arco de circunferencia con radio de curvatura w'_1 (Ver anexo B para más detalles). El área denotada como $A2_{DV1}$ se define como:

$$A2_{DV1} = \frac{\pi * w'^2_1}{4}$$

Teniendo en cuenta que el centro del arco de circunferencia se desplazó, el área denotada como $A3_{DV1}$ queda definida como:

$$A3_{DV1} = w'_1 * \left[\frac{w_0}{2} - (w'_1 - w_1)\right]$$

Figura 13. Áreas de Dispersión del Devanado Interno en el Modelo Realista

Elaboración propia.

Extendiendo el resultado a los demás cuadrantes el área total del devanado interno (A_{DV1}) se calcula como:

$$A_{DV1} = 4(A1_{DV1} + A2_{DV1} + A3_{DV1})$$

$$A_{DV1} = 4 \left\{ \left(\frac{w'_0}{2} * w_1 \right) + \frac{\pi * w_1'^2}{4} + w'_1 * \left[\frac{w_0}{2} - (w'_1 - w_1) \right] \right\} \quad (3.2)$$

De acuerdo con la Figura 14, nótese que para calcular el área $A2_g$ en el canal de dispersión y el área $A2_{DV2}$ en el devanado externo, si bien siguen estando definidas por un arco de una circunferencia, siguen el patrón geométrico de una corona circular.

Para calcular $A2_g$ en el canal de dispersión, el centro del arco de circunferencia no se desplaza, pues como ya se indicó, el espesor del canal de dispersión es constante a lo largo de toda la trayectoria.

$$A2_g = \frac{\pi}{4} * [(w'_1 + w_g)^2 - w_1'^2]$$

El área denotada como $A3_g$ queda definida como:

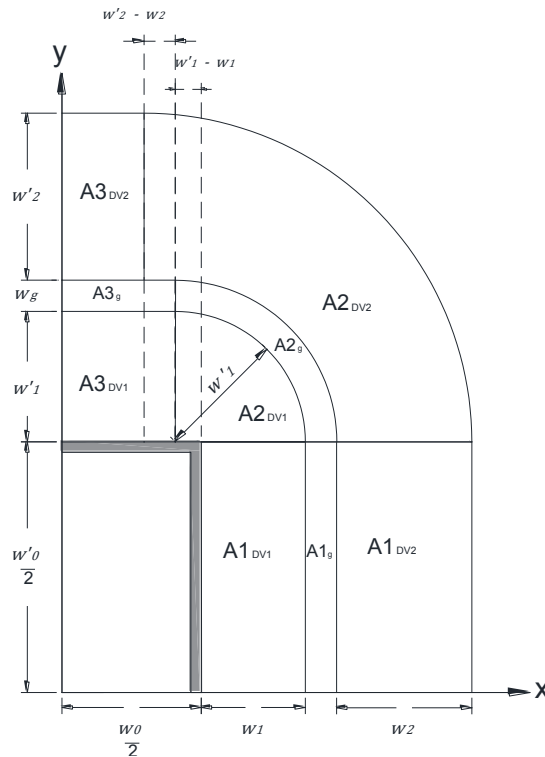
$$A3_g = w_g * \left[\frac{w_o}{2} - (w'_1 - w_1) \right]$$

Así, el área total del canal de dispersión, extendiendo el resultado a los demás cuadrantes es:

$$A_g = 4 * (A1_{CD} + A2_{CD} + A3_{CD})$$

$$A_g = 4 * \left\{ \left(\frac{w'_0}{2} * w_g \right) + \frac{\pi}{4} * \left[(w'_1 + w_g)^2 - w_1'^2 \right] + w_g * \left[\frac{w_o}{2} - (w'_1 - w_1) \right] \right\} \quad (3.3)$$

Figura 14. Modelo Geométrico Realista



Elaboración propia.

En lo que respecta al devanado externo, para calcular el área señalada como $A2_{DV2}$ y $A3_{DV2}$, se debe notar que el centro del arco de circunferencia se desplaza en

dirección de negativa de x una longitud equivalente a $(w'_1 - w_1) + (w'_2 - w_2)$, por lo tanto:

$$A2_{DV2} = \left[\frac{\pi(w'_1 + w_g + w'_2)^2}{4} \right] - \left[\frac{\pi(w'_1 + w_g)^2}{4} \right] - [(w'_1 + w_g) * (w'_2 - w_2)]$$

$$A3_{DV2} = w'_2 * \left\{ \frac{w_0}{2} - [(w'_1 - w_1) + (w'_2 - w_2)] \right\}$$

El área total del devanado externo, extendiendo resultados a los demás cuadrantes es:

$$A_{DV2} = 4 * (A1_{DV2} + A2_{DV2} + A3_{DV2})$$

$$A_{DV2} = 4 * \left\{ \left(\frac{w'_0}{2} * w_2 \right) + \left[\frac{\pi}{4} \left((w'_1 + w_g + w'_2)^2 - (w'_1 + w_g)^2 \right) - (w'_1 + w_g) * (w'_2 - w_2) \right] + w'_2 * \left[\frac{w_0}{2} - ((w'_1 - w_1) + (w'_2 - w_2)) \right] \right\} \quad (3.4)$$

Como se señaló al inicio de esta sección, con el modelado geométrico de los devanados se derivaron las expresiones matemáticas A_{DV1} , A_g y A_{DV2} (mostradas en los recuadros) para el cálculo exacto del área de dispersión correspondiente a cada devanado y al canal de dispersión.

En la siguiente sección, se deriva la fórmula analítica a partir de la Ley de Ampere, en la cual se integrará la geometría mediante las formulas derivadas en esta sección.

4. Nueva Fórmula Analítica para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión en Transformadores de Núcleo Arrollado

En la presente sección, a partir de la Ley de Ampere se deriva la fórmula analítica para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado. La fórmula que se obtiene se expresa en términos de las áreas de dispersión las cuales fueron deducidas en el capítulo anterior.

4.1 Aplicación de la Ley de Ampere

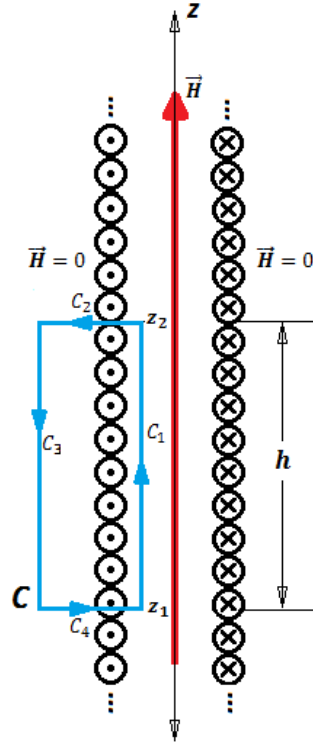
La Ley circuital de Ampere definida matemáticamente en la ecuación (4.1) establece que la integral de línea de la componente tangencial de la intensidad de campo magnético \vec{H} a lo largo de un contorno cerrado C (contorno amperiano) es igual a la corriente neta encerrada (I_{enc}) por dicho contorno:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enc} \quad (4.1)$$

Para obtener la expresión de la reactancia se partirá del caso idealizado del campo magnético al interior de un solenoide cilíndrico infinitamente largo, el cual se puede encontrar fácilmente mediante la ecuación (4.1) [3]. Se considerarán las siguientes hipótesis para el solenoide infinitamente largo:

- Para los puntos exteriores al solenoide el campo magnético se considera despreciable ($\vec{H} = 0$)
- Para puntos en el interior del solenoide el campo magnético se considera uniforme y totalmente axial

Para determinar el valor del campo en el interior del solenoide, se considera un corte transversal como el que se muestra en la Figura 15. Se define un contorno amperiano de altura $h = z_2 - z_1$ el cual encierra una cantidad finita de espiras (N). La corriente que circula por una espira se denota con I , entonces la corriente total encerrada por el contorno amperiano será $I_{enc} = NI$.

Figura 15. Vista Corte Transversal del Solenoide Idealizado

Elaboración propia.

Por simplicidad se hace coincidir la dirección del contorno con la dirección de \vec{H} al interior del solenoide. Para evaluar la integral de línea se subdivide el contorno en los segmentos C_1 , C_2 , C_3 , y C_4 :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{C_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{C_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{C_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{C_4} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

Las integrales a lo largo de los segmentos C_2 y C_4 son nulas debido a que la dirección del campo es normal a la dirección del diferencial de longitud $d\vec{l}$. Por otro lado, la integral sobre el segmento C_3 es nula debido a que la intensidad de campo es cero al exterior del solenoide. Entonces queda solamente la integral sobre el segmento C_1 .

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{C_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{z_1}^{z_2} \vec{H} \hat{z} \cdot dz \hat{z} = \int_{z_1}^{z_2} H dz = H \cdot z \Big|_{z_1}^{z_2} = H \cdot h$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot h$$

$$H \cdot h = I_{enc} = NI$$

Entonces la magnitud de la intensidad de campo al interior del solenoide es

$$H = \frac{NI}{h} \quad (4.2)$$

Cuando el transformador opera con carga, o en su defecto cuando opera bajo las condiciones del ensayo de cortocircuito, la distribución de fuerza magnetomotriz del conjunto devanado interno y externo se asemeja a la distribución de campo producida por el solenoide idealizado. La similitud más importante es que en ambos casos el campo es predominantemente axial. Por otro lado, la diferencia fundamental radica en que en el transformador la distribución de fuerza magnetomotriz no es constante, lo cual se debe a que los devanados del transformador se construyen generalmente en varias capas de conductores, produciendo una distribución lineal de fuerza magnetomotriz a lo largo de la dimensión radial de los devanados.

La distribución de fuerza magnetomotriz típica de un transformador de dos devanados se presenta en la Figura 16(b). En la Figura 16(a) se presentan las dimensiones geométricas de los devanados.

Como se aprecia en la Figura 16(b) la fuerza magnetomotriz (ampere-vueltas) es una función del parámetro a ($NI(a)$) y en consecuencia, según la ecuación (4.2) el campo magnético también queda en función de a . De manera consistente con la ley de Faraday, se sabe que la suma de la fuerza magnetomotriz de ambos devanados es aproximadamente cero, si se ignora la corriente de magnetización, la cual en términos generales es despreciable comparada con la corriente de carga.

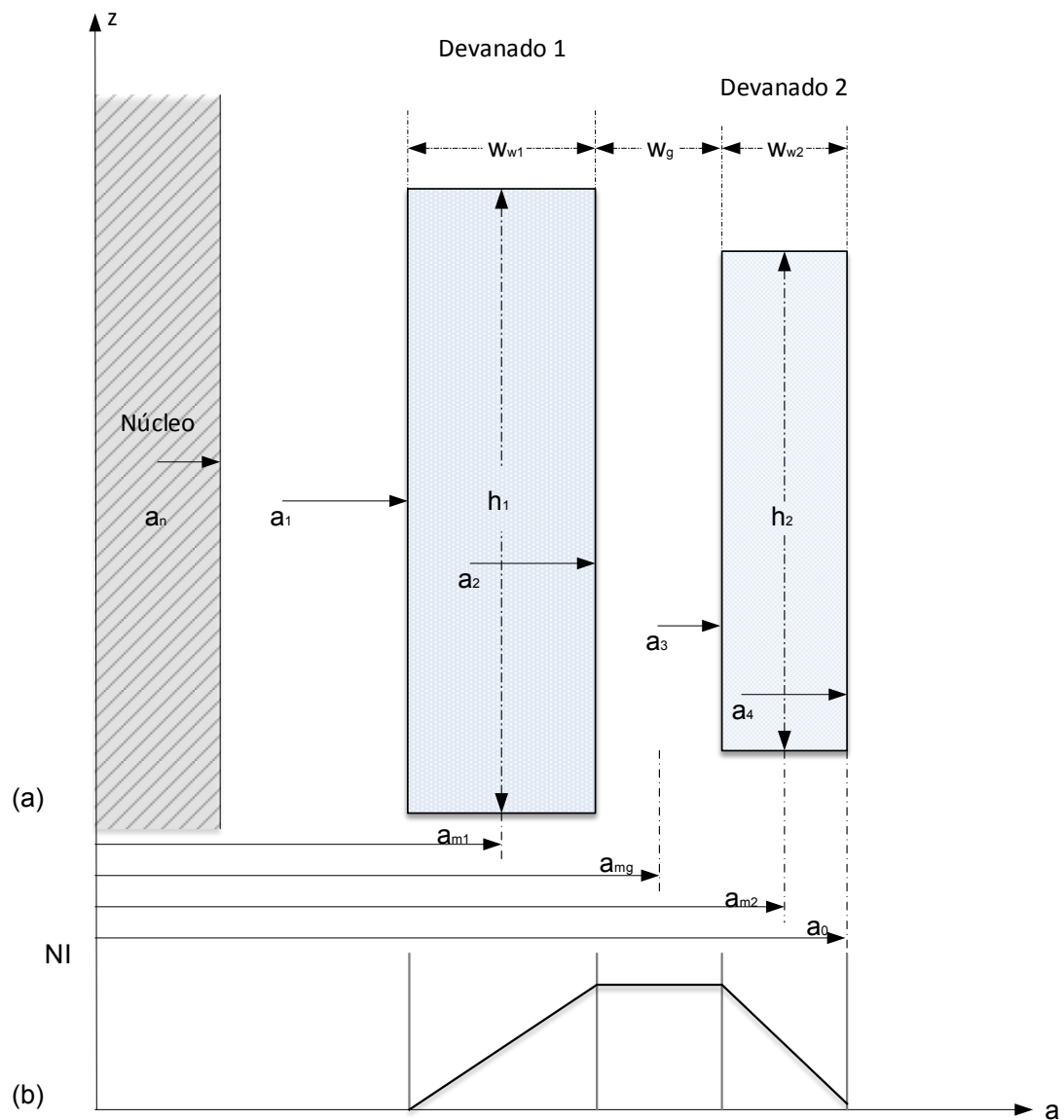
De manera consistente con lo anterior, se reescribe la expresión de la intensidad de campo magnético en términos del parámetro a

$$H(a) = \frac{NI(a)}{h} \quad (4.3)$$

La distribución de fuerza magnetomotriz (fmm) a lo largo de la dimensión radial de los devanados tiene forma trapezoidal como se muestra en la Figura 16(b). La fmm en cualquier punto depende de los ampere-vueltas encerrados por el contorno en ese punto. La fmm aumenta linealmente desde un valor 0, correspondiente al diámetro interno del devanado 1 hasta un valor máximo en el diámetro externo del devanado 1. En la separación entre los devanados (canal de dispersión), el contorno

definido continua encerrando la misma cantidad de ampere-vueltas, es decir, los ampere-vueltas del devanado 1, luego la fmm se mantiene constante en su valor máximo. La fmm comienza a reducir linealmente, desde su valor máximo, en el diámetro interno del devanado 2 hasta llegar nuevamente a 0 en el diámetro externo del devanado 2. Se asume que el núcleo tiene una permeabilidad infinita, luego las fmm del primario y el secundario se equilibran entre sí exactamente, es decir, los ampere-vueltas totales para los dos devanados se asumen 0.

Figura 16. Parámetros para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión.



a) Distribución geométrica; b) Distribución de fuerza magnetomotriz. Adaptado de [3]

La densidad de flujo magnético \vec{B} se relaciona con la intensidad de campo magnético \vec{H} de acuerdo con la relación constitutiva $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$. De momento, se asumirá que la intensidad de campo es independiente de la coordenada z y apunta vectorialmente en la dirección de z , luego se puede escribir la expresión para la densidad de flujo magnético en forma escalar como sigue:

$$B(a) = \mu_0 H(a) = \mu_0 \frac{NI(a)}{h} \quad (4.4)$$

A pesar de que el material con el que se construyen los devanados (cobre o aluminio) tiene una permeabilidad ligeramente diferente a la del vacío, se puede asumir de manera segura que la permeabilidad de todos los materiales es esencialmente igual a la del vacío ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$)

Ahora se requiere expresar B en función del parámetro a de acuerdo con la distribución particular de fmm descrita en la Figura 16(b). Debido a que los ampere-vuelta se asumen igual a 0 para los dos devanados $N_1 I_1 = N_2 I_2 = NI$.

De acuerdo con la figura 16(a), se obtiene $B(a)$ como sigue:

$$B(a) = \mu_0 \frac{NI}{h} * \begin{cases} \frac{a-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 < a < a_2 \\ 1 & a_2 < a < a_3 \\ \frac{a_4-a}{a_4-a_3}, & a_3 < a < a_4 \end{cases} \quad (4.5)$$

La estrategia para determinar la expresión para la reactancia de dispersión será vincular la densidad de flujo magnético con la energía almacenada en campo magnético W_m . Para esto se recurre a la definición clásica de la energía almacenada en campo magnético

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (4.6)$$

donde L denota la inductancia en Henrios.

Por otro lado, la definición de la energía almacenada en el campo magnético en términos de la densidad de flujo magnético es

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{vol} \frac{1}{\mu} \vec{B} \cdot \vec{B} dv \quad (4.7)$$

Considerando que la permeabilidad es constante en todo el dominio del problema e igual a la del vacío, y teniendo en cuenta que el campo tiene solo componente axial, la expresión anterior se puede reescribir como sigue

$$W_m = \frac{1}{2\mu_0} \int_{vol} \mathbf{B}^2 dv \quad (4.8)$$

Igualando las expresiones (4.6) y (4.8) correspondientes a la energía almacenada en el campo se obtiene:

$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2\mu_0} \int_{vol} \mathbf{B}^2 dv$$

Recordando que la densidad de flujo magnético depende del parámetro a y usando el diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas $dv = a da d\Phi dz$ se obtiene

$$LI^2 = \frac{1}{\mu_0} \iiint (\mathbf{B}(a))^2 a da d\Phi dz$$

donde Φ es el ángulo azimutal. Como el integrando sólo depende de a se reescribe la integral anterior como sigue

$$LI^2 = \frac{1}{\mu_0} \int_0^h dz \int_0^{2\pi} d\Phi \int_{a_1}^{a_4} (B(a))^2 a da$$

Resolviendo las integrales en dirección de z y Φ

$$LI^2 = \frac{1}{\mu_0} * h * 2\pi * \int_{a_1}^{a_4} (B(a))^2 a da \quad (4.9)$$

Ahora, sustituyendo (4.5) en (4.9) es posible resolver la integral en términos de los parámetros señalados en la figura 16(a), como sigue:

$$LI^2 = \frac{2\pi h}{\mu_0} \int_{a_1}^{a_4} \left(\mu_0 \frac{NI(a)}{h} \right)^2 a da = \frac{2\pi h}{\mu_0} * \frac{\mu_0^2}{h^2} \left[\int_{a_1}^{a_4} (NI(a))^2 a da \right]$$

$$LI^2 = \frac{2\pi\mu_0}{h} (NI)^2 \left[\int_{a_1}^{a_2} \left(\frac{a - a_1}{a_2 - a_1} \right)^2 a da + \int_{a_2}^{a_3} a da + \int_{a_3}^{a_4} \left(\frac{a_4 - a}{a_4 - a_3} \right)^2 a da \right]$$

Resolviendo la integral se obtiene,

$$LI^2 = \frac{2\pi\mu_0(NI)^2}{h} \left[\frac{(a_2^2 - a_1^2)}{6} + \frac{(a_2 - a_1)^2}{12} + \frac{(a_3^2 - a_2^2)}{2} + \frac{(a_4^2 - a_3^2)}{6} - \frac{(a_4 - a_3)^2}{12} \right] \quad (4.10)$$

Despejando L y expresando (4.10) en términos de los radios medio a_{m1} , a_{m2} y a_{mg} , y de los espesores w_{w1} , w_{w2} y w_g (Ver Figura 16(a)) se tiene:

$$L = \frac{2\pi\mu_0 N^2}{h} \left[\frac{w_{w1}a_{m1}}{3} + \frac{w_{w1}^2}{12} + w_g a_{mg} + \frac{w_{w2}a_{m2}}{3} - \frac{w_{w2}^2}{12} \right] \quad (4.11)$$

La magnitud de la reactancia en Ohms se determina a partir de la ecuación $X = 2\pi fL$, luego,

$$X = \frac{(2\pi)^2 \mu_0 f N^2}{h} \left[\frac{w_{w1}a_{m1}}{3} + \frac{w_{w1}^2}{12} + w_g a_{mg} + \frac{w_{w2}a_{m2}}{3} - \frac{w_{w2}^2}{12} \right] \quad (4.12)$$

La impedancia base se define como:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \quad (4.13)$$

Donde V_b es el voltaje nominal de uno de los devanados y S_b es la potencia nominal del transformador⁵. La reactancia expresada en por unidad es:

$$X_{pu} = \frac{X}{Z_b}$$

Reemplazando las ecuaciones (4.12) y (4.13) se obtiene

$$X_{pu} = \frac{(2\pi)^2 \mu_0 f N^2 S_b}{V_b^2 h} \left[\frac{w_{w1}a_{m1}}{3} + \frac{w_{w1}^2}{12} + w_g a_{mg} + \frac{w_{w2}a_{m2}}{3} - \frac{w_{w2}^2}{12} \right]$$

Reorganizando en términos del voltio por espira (V_b/N) se encuentra

$$X_{pu} = \frac{(2\pi)^2 \mu_0 f S_b}{(V_b/N)^2 h} \left[\frac{w_{w1}a_{m1}}{3} + \frac{w_{w1}^2}{12} + w_g a_{mg} + \frac{w_{w2}a_{m2}}{3} - \frac{w_{w2}^2}{12} \right] \quad (4.14)$$

En la expresión de la ecuación (4.14) se debe prestar especial atención a que tanto V_b como N sean los datos asociados al mismo devanado. En la práctica, típicamente se selecciona el devanado de baja tensión como devanado de referencia, sin embargo se puede definir el devanado que se prefiera.

⁵ De manera general (transformadores trifásicos y monofásicos) usar voltaje de fase y potencia nominal por pierna.

La ecuación (4.14) como está escrita, puede ser utilizada de manera directa para el cálculo de la reactancia de dispersión de transformadores con devanados cilíndricos, sin embargo, como se mostró en el capítulo anterior, la geometría del transformador arrollado es cuasi-rectangular por lo cual hace falta realizarle modificaciones adicionales.

En este punto, se planteará una de las hipótesis más importantes de este trabajo. La hipótesis que permitirá obtener la expresión para la reactancia de dispersión para transformadores de núcleo arrollado con devanados cuasi-rectangulares es la siguiente:

El factor dominante que define la reactancia de dispersión en un transformador es valor escalar de las áreas de dispersión y no necesariamente la forma geométrica que describen estas áreas.

Esta hipótesis se apoya en los resultados del trabajo del Prof. Díaz, Mombello y Guidi donde se hace uso de esta consideración para determinar la reactancia en transformadores de potencia con deformaciones intencionales en el devanado de baja tensión [15].

Como se aprecia en la ecuación (4.14), esta expresión quedó en términos de radios medios de los devanados cilíndricos. A continuación se procederá a reformular esta expresión en términos de áreas de dispersión tomando ventaja de las relaciones geométricas.

En el segundo miembro de la ecuación (4.14) se toma el término 2π y se multiplica por cada uno de los términos dentro del paréntesis cuadrado como sigue:

$$X_{pu} = \frac{2\pi \mu_0 f S_b}{(V_b/N)^2 h} \left[2\pi \frac{w_{w1} a_{m1}}{3} + 2\pi \frac{w_{w1}^2}{12} + 2\pi w_g a_{mg} + 2\pi \frac{w_{w2} a_{m2}}{3} - 2\pi \frac{w_{w2}^2}{12} \right] \quad (4.15)$$

Tomando por separado los términos 1, 3 y 4, que se encuentran dentro del paréntesis cuadrado en el segundo miembro de la ecuación (4.15), se transforman estas expresiones matemáticas en términos de áreas como sigue [15]:

$$2\pi \frac{w_{w1} a_{m1}}{3} = \frac{2\pi(a_2 - a_1) \frac{(a_2 + a_1)}{2}}{3} = \frac{\pi(a_2 - a_1)(a_2 + a_1)}{3} = \frac{\pi(a_2^2 - a_1^2)}{3} = \frac{A_1}{3}$$

$$2\pi w_g a_{mg} = 2\pi(a_3 - a_2) \frac{(a_3 + a_2)}{2} = \pi(a_3 - a_2)(a_3 + a_2) = \pi(a_3^2 - a_2^2) = A_g$$

$$2\pi \frac{w_{w2} a_{m2}}{3} = \frac{2\pi(a_4 - a_3) \frac{(a_4 + a_3)}{2}}{3} = \frac{\pi(a_4 - a_3)(a_4 + a_3)}{3} = \frac{\pi(a_4^2 - a_3^2)}{3} = \frac{A_2}{3}$$

Entonces se reescribe (4.15) como sigue

$$X_{pu} = \frac{2\pi \mu_0 f S_b}{(V_b/N)^2 h} \left[\frac{A_1}{3} + \pi \frac{w_{w1}^2}{6} + A_{-g} + \frac{A_2}{3} - \pi \frac{w_{w2}^2}{6} \right] \quad (4.16)$$

Teniendo en cuenta que los términos 1, 3 y 4 se transformaron en términos de áreas de dispersión, se sustituyen estas áreas por las definidas en el modelo geométrico de transformadores con núcleo arrollado como sigue:

$$A_{DV1} := A_1, \quad A_g := A_{-g} \quad \text{y} \quad A_{DV2} := A_2$$

Ahora es posible expresar la ecuación (4.16) en función de A_{DV1} , A_{DV2} y A_g :

$$X_{pu} = \frac{2\pi \mu_0 f S_b}{(V_b/N)^2 h} \left[\frac{A_{DV1}}{3} + \frac{\pi w_{w1}^2}{6} + A_g + \frac{A_{DV2}}{3} - \frac{\pi w_{w2}^2}{6} \right] \quad (4.17)$$

Es preciso recordar que en el capítulo 3, se derivaron las expresiones matemáticas (3.2), (3.3) y (3.4) para calcular de manera exacta el valor de las áreas A_{DV1} , A_g y A_{DV2} . La ecuación (4.17) está muy cerca de la solución que se busca, sin embargo aún contiene dos parámetros geométricos no definidos para la geometría de transformadores con núcleo arrollado (w_{w1} y w_{w2}).

Retomando el esquema de la Figura 16 (a), los espesores w_{w1} y w_{w2} corresponden al espesor de cada uno de los devanados cilíndricos del modelo; sin embargo, en el capítulo 3 se demostró que el devanado del transformador del núcleo arrollado tiene 2 espesores diferentes, dependiendo de si la sección del devanado se observa debajo o fuera de la ventana del núcleo.

Si se asigna al espesor del devanado la magnitud observada en la zona bajo la ventana del núcleo se subestimaría valor; de forma análoga si se asigna la magnitud observada en la zona por fuera de la ventana del núcleo se sobreestimaría su valor. Por esta razón se decidió proponer un espesor ponderado para generar una métrica razonable del espesor. El procedimiento propuesto para calcular estos valores (w_{w1} y w_{w2}) se describe en la sección 4.2.

Por otro lado, el parámetro h que representa la altura del solenoide encerrado por el contorno amperiano se ajustará de manera práctica usando el criterio tradicional reportado en la literatura, el cual corresponde al promedio de las alturas de los

devanados corregido por un factor para considerar la componente radial del campo en los finales del devanado. Este cálculo se desarrolla en detalle en la sección 4.3.

4.2 Ponderación Espesor Devanados

La ecuación (4.17) en lo que concierne a áreas de dispersión, quedó en función de las áreas definidas en el modelo geométrico (A_{DV1} , A_g , A_{DV2}), sin embargo en el modelo geométrico se definió un espesor para la zona prensada (w_1, w_2) y un espesor para la zona no prensada (w'_1, w'_2) en cada uno de los devanados, por consiguiente en la siguiente sección se definen los espesores ponderados (w_{w1}, w_{w2}), los cuales también son utilizados para ajustar la altura magnética de los devanados con el factor de Rogowski.

Es preciso señalar que el espesor del canal de dispersión es constante en toda la trayectoria, por lo tanto no se requiere ponderar.

4.2.1. Espesor Ponderado Devanado 1

Para la ponderación del espesor de los devanados se considera la longitud media de la espira a trozos. Como se aprecia en la Figura 17, el trozo de longitud de espira correspondiente a la zona prensada del devanado 1 ($A1_{DV1}$) se puede definir en función de la longitud del lado de la formaleta que está en paralelo, es decir:

l_{w1} : Longitud equivalente al espesor prensado del devanado 1

Donde, $l_{w1} = \frac{w'_0}{2}$

Para las zonas no prensadas del devanado, el trozo equivalente de longitud media de la espira se calcula a partir de la longitud interna y externa del devanado en estas zonas.

En el caso del devanado 1, para la zona no prensada, la longitud interna se define en función de la dimensión del lado de la formaleta que está en paralelo, es decir:

$l_{iw'_1}$: Longitud interna del devanado 1

Donde, $l_{iw'_1} = \frac{w_0}{2}$

La longitud externa para la zona no prensada se ajusta en proporción al corrimiento del centro del arco de circunferencia usado para modelar la región curva, como sigue:

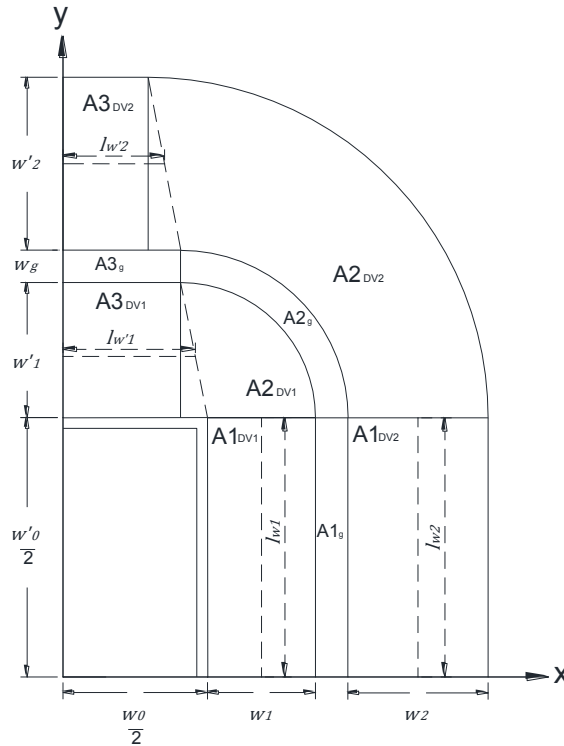
$l_{ew'_1}$: Longitud externa del devanado 1

Donde, $l_{ew'_1} = \frac{w_0}{2} - (w'_1 - w_1)$

La longitud equivalente para la zona no prensada se calcula como el promedio entre $l_{iw'_1}$ y $l_{ew'_1}$:

$$l_{w'_1} = \frac{l_{iw'_1} + l_{ew'_1}}{2}$$

Figura 17. Modelado para Ponderación del Espesor de los Devanados



Elaboración propia.

Para la zona restante no se precisa de un único valor de espesor, de hecho, el espesor de cada devanado varía gradualmente desde w_1 y w_2 hasta w'_1 y w'_2 respectivamente. En consecuencia, se supone que en esta región hay una compensación equivalente, por lo tanto no se requiere ponderar.

Ahora se procede a calcular el espesor ponderado del devanado 1 (w_{w1}), teniendo en cuenta que se ha hallado una longitud que representa el espacio ocupado por cada uno de los espesores definidos en el modelo geométrico (w_1 y w'_1):

$$w_{w1} = \frac{w_1 l_{w1} + w'_1 l_{w'_1}}{l_{w1} + l_{w'_1}} \quad (4.18)$$

4.2.2. Espesor Ponderado Devanado 2

Para ponderar el espesor del devanado 2, en la zona prensada se sigue el procedimiento descrito en 4.2.1, luego:

l_{w_2} : Longitud equivalente al espesor prensado del devanado 2

Donde, $l_{w_2} = \frac{w'_0}{2}$

De forma análoga, para la zona no prensada del devanado 2 se halla el promedio entre la longitud interna y la longitud externa. En este caso, como se aprecia en la Figura 17, la longitud interna del devanado 2, coincide con la longitud externa del devanado 1, luego:

$l_{iw'_2}$: Longitud interna del devanado 2

Donde, $l_{iw'_2} = l_{ew'_1} = \frac{w_0}{2} - (w'_1 - w_1)$

Para la longitud externa del devanado 2 en la zona no prensada se debe tener presente que el corrimiento del centro del arco de circunferencia que modela la zona es mayor, luego:

$l_{ew'_2}$: Longitud externa del devanado 2

Donde, $l_{ew'_2} = \frac{w_0}{2} - [(w'_1 - w_1) + (w'_2 - w_2)]$

Calculando el promedio entre $l_{iw'_2}$ y $l_{ew'_2}$ se obtiene la longitud equivalente para el espesor no prensado $l_{w'_2}$ en el devanado 2:

$$l_{w'_2} = \frac{l_{iw'_2} + l_{ew'_2}}{2}$$

El espesor ponderado del devanado 2 (w_{w2}) se calcula como:

$$w_{w2} = \frac{w_2 l_{w2} + w_2' l_{w2}'}{l_{w2} + l_{w2}'} \quad (4.19)$$

4.3 Ajuste Altura Magnética

Es importante recordar que una de las consideraciones que se introdujo en la sección 4.1 fue el supuesto de que el campo es totalmente axial. En el caso de transformadores reales, a pesar de que el campo es predominantemente axial, es bien sabido en la literatura que en los finales (extremo superior e inferior) de los devanados la componente radial del campo se incrementa considerablemente. Este efecto, es conocido típicamente con el nombre de *efecto de borde*. El profesor Walter Rogowski del RWTH de Aachen Alemania, investigó este efecto a principios de 1900, y dedujo matemáticamente expresiones para incluir el efecto de la componente radial del campo en cálculos analíticos de campo magnético [16].

La ecuación (4.20) corresponde a la expresión matemática propuesta por el Prof. W. Rogowski, la cual se conoce en la literatura como *el factor de Rogowski*. Este factor se define en función de los parámetros geométricos de los devanados y del canal de dispersión [15, 16].

$$K_R = 1 - \frac{w_{w1} + w_g + w_{w2}}{\pi h_m} \left(1 - e^{\left(-\frac{\pi h_m}{w_{w1} + w_g + w_{w2}} \right)} \right) \quad (4.20)$$

El factor de Rogowski ($K_R < 1$) cuyo valor usualmente se encuentra próximo a la unidad, hace que la altura efectiva que entra a la fórmula de la reactancia sea mayor que la altura física de los devanados. El factor busca modelar el aumento en la longitud de las líneas de flujo debido a la dispersión en los extremos de los devanados.

El procedimiento para ajustar la altura magnética de los devanados es el siguiente:

Se obtiene la altura promedio de los devanados:

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (4.21)$$

Donde h_1 y h_2 es la altura real del devanado 1 y 2 respectivamente.

Se calcula la altura magnética equivalente, corregida con el factor de Rogowski:

$$h_R = \frac{h_m}{K_R} \quad (4.22)$$

Donde h_R denotará para propósitos de este trabajo como *altura de Rogowski*.

4.4 Fórmula Propuesta para el Cálculo de la Reactancia de Dispersión en Transformadores de Núcleo Arrollado

Para obtener la expresión final, simplemente resta sustituir en la ecuación (4.17) h por h_R y se obtiene la fórmula final para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado.

$$X_{pu} = \frac{2\pi \mu_0 f S_b}{(V_b/N)^2 h_R} \left[\frac{A_{DV1}}{3} + \frac{\pi W_{w1}^2}{6} + A_g + \frac{A_{DV2}}{3} - \frac{\pi W_{w2}^2}{6} \right] \quad (4.23)$$

La ecuación (4.23) corresponde a la fórmula analítica propuesta en este trabajo para el cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de núcleo arrollado. Las expresiones matemáticas para el cálculo de las áreas de dispersión se encuentran disponibles en la sección 3.2.3 mientras que los espesores ponderados se desarrollan en la sección 4.2. Para recapitular lo desarrollado, a continuación se describen las variables de la fórmula:

μ_0 : Permeabilidad del vacío ($4\pi \times 10^{-7} H/m$)

f : Frecuencia (Hz)

S_b : Potencia nominal monofásica (VA)

V_b : Tensión nominal de fase del devanado de referencia (V_{rms})

N : Número de espiras del devanado de referencia

h_R : Altura de Rogowski (m)

A_{DV1} : Área de dispersión del devanado 1 (m^2)

A_{DV2} : Área de dispersión del devanado 2 (m^2)

A_g : Área de dispersión del canal de dispersión (m^2)

w_{w1} : Espesor ponderado del devanado 1 (m)

w_{w2} : Espesor ponderado del devanado 2 (m)

En el capítulo 6 se presentan los resultados obtenidos para los 10 casos de estudio (señalados previamente) aplicando la fórmula propuesta.

5. Modelo de Elementos Finitos 3D del Transformador de Núcleo Arrollado

En la presente sección se describe el procedimiento para la implementación del modelo paramétrico tridimensional del transformador de núcleo arrollado en la herramienta de cálculo de elementos finitos. Las simulaciones detalladas con MEF tienen como propósito comparar los resultados obtenidos con la fórmula propuesta con un modelo libre de efectos inherentes a las mediciones, como la calibración imperfecta del equipo, la caída de tensión en las barras de cortocircuito durante la prueba y los posibles efectos de fuertes campos magnéticos en los dispositivos de medición.

El MEF es un método numérico general para hallar soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales parciales en diversos problemas de ingeniería y física. Este método suele ser usado a través de un software que da solución a ecuaciones diferenciales asociadas a problemas físicos con geometrías complejas. Para el caso de la solución de problemas en transformadores, el MEF es utilizado en el análisis de campos eléctricos y magnéticos; los problemas resueltos pueden evaluarse desde el punto de vista estático (DC), cuasi estático (AC) o transitorio (dominio del tiempo), en 2D o 3D.

El análisis por MEF puede dividirse en tres etapas, pre-proceso, solución y post-proceso. En la etapa de pre-proceso se define la geometría, las propiedades materiales, se asignan las excitaciones (fuentes de campo), condiciones de frontera y se subdivide el dominio del problema mediante una malla. Durante la solución se resuelve el sistema de ecuaciones para cada elemento teniendo en cuenta las condiciones de frontera y las excitaciones. El tiempo de cálculo depende del tipo de análisis y complejidad de la geometría. Por último, se realiza el análisis de los resultados y se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos.

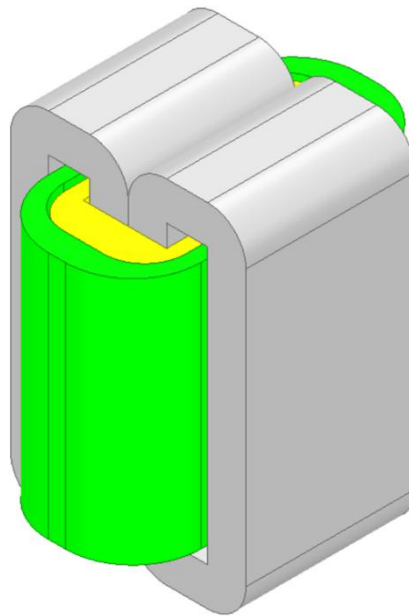
Para la presente investigación se usa la versión 18.1.0 del software ANSYS Maxwell⁶ el cual se encuentra disponible en una de las salas de cómputo de los laboratorios informáticos de la Universidad de la Salle Bogotá sede Candelaria.

5.1 Definición de la Geometría

Para la simulación de los 10 casos de estudio se implementó un modelo paramétrico en 3D. Esto permite que el modelo sea utilizado en el futuro para transformadores de dimensiones arbitrarias.

El modelo implementado representa con precisión la geometría del transformador de acuerdo con el modelo geométrico propuesto en el capítulo 3. Los devanados se modelaron centrados axialmente entre ellos y con respecto a la ventana del núcleo. En el anexo C se muestran diferentes vistas del modelo implementado para cada caso de estudio. En el anexo D se muestra el reporte detallado de la simulación correspondiente al caso de estudio 7.

Figura 18. Proyección Isométrica del Modelo en 3D del Caso de Estudio 7



⁶ ANSYS Maxwell permite también el diseño y análisis de motores eléctricos, actuadores, sensores, transformadores y otros dispositivos electromagnéticos y electromecánicos

5.2 Excitaciones y Definición de Propiedades de Materiales

Una vez construido el modelo geométrico, se agrega una superficie de corte transversal en cada devanado, de manera que la superficie describa uno de los planos donde se inyectará la corriente, como se muestra en la Figura 19(a).

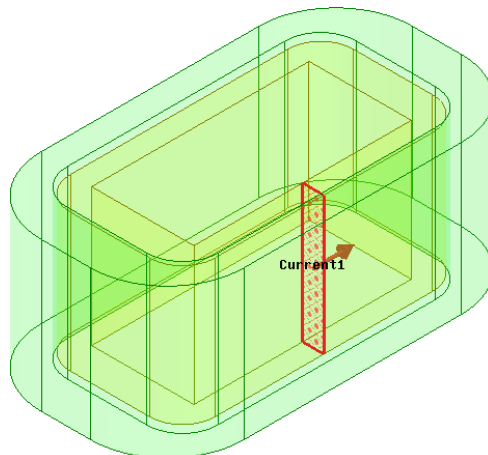
En el cuadro de dialogo mostrado en la Figura 19(b), para el devanado 1 se ha asignado el nombre “Current 1” y el valor de la intensidad de corriente asignado con “ ni ” donde,

$$ni = \frac{S_b}{V_b} * N$$

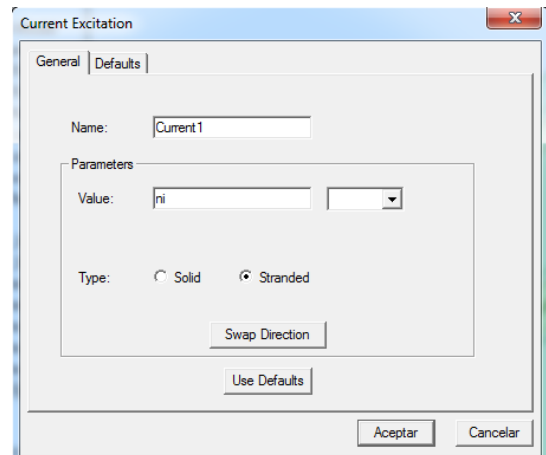
Se debe notar que el valor especificado de corriente corresponde a la fuerza magnetomotriz total, la cual es la misma para ambos devanados.

Para especificar la condición de densidad de corriente uniformemente distribuida se selecciona la opción “*stranded*”. Finalmente se elige la dirección de la corriente. ANSYS Maxwell asigna una dirección de corriente automáticamente; para hacer la elección correcta de modo que la dirección de la corriente en los devanados sea opuesta, se pulsa el botón “*Swap Direction*”. Los sentidos de las corrientes en ambos devanados se seleccionan de tal manera que sean opuestos entre sí para garantizar la consistencia con la ley de Faraday.

Figura 19. Configuración de la Excitación de Corriente en ANSYS Maxwell



a) Superficie de corte transversal



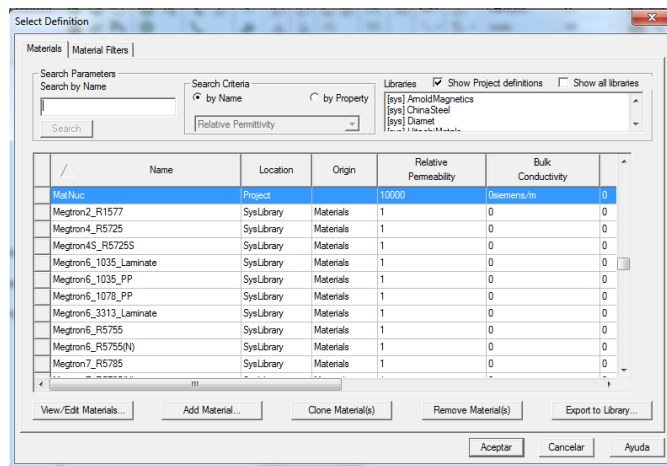
b) Cuadro de dialogo “Current Excitation”

Para la definición de la permeabilidad se elige el material de cada volumen y ANSYS Maxwell le asigna el valor correspondiente. Pulsando el segundo botón del ratón en

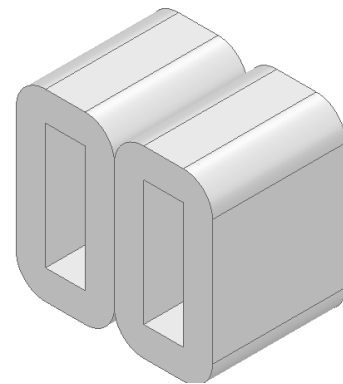
el nombre del volumen que se desea asignar un material se pulsa “Assign Material”. El cuadro de dialogo resultante se muestra en la Figura 20(a).

Para el caso del material del núcleo se editó una de las alternativas de ANSYS Maxwell y se estableció la permeabilidad magnética relativa del núcleo como $\mu_r = 10000$ (Ver Figuras 20(a) y 20(b)). Para asignar el material a los devanados se eligió directamente el material de la lista ofrecida por ANSYS Maxwell (Ver figuras 20(c) y 20(d)).

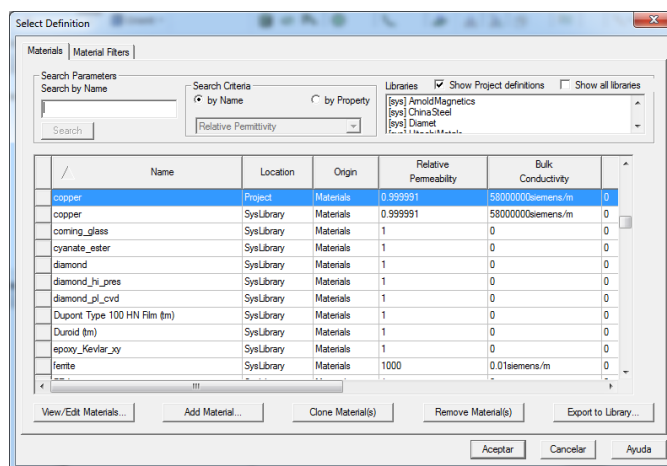
Figura 20. Asignación de Material en ANSYS – Maxwell



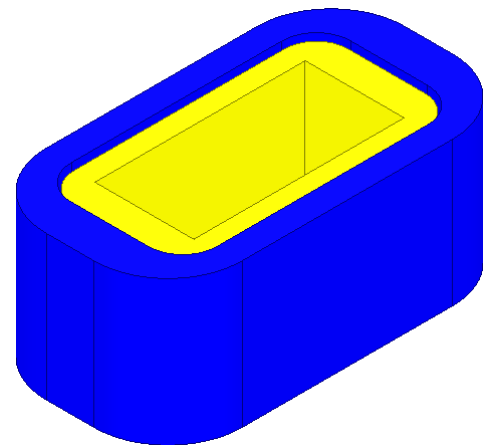
a) Cuadro de Dialogo “Properties” Núcleo



b) Volumen de los Lazos del Núcleo



c) Cuadro de Dialogo “Properties” Devanados

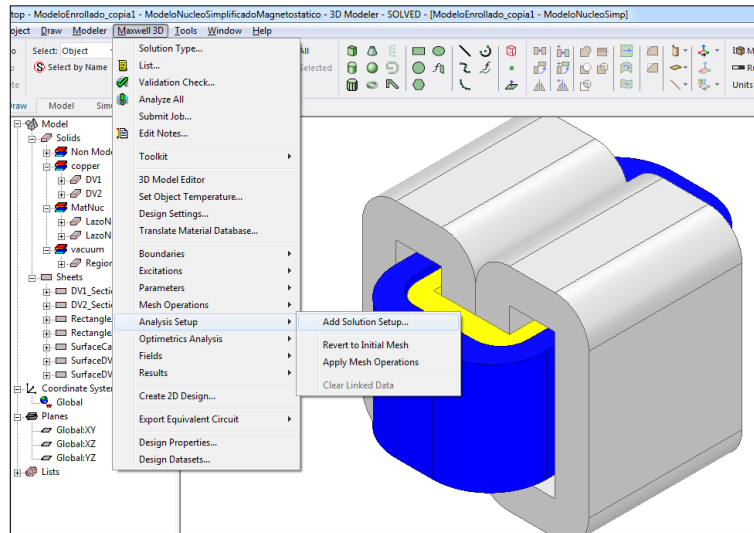


d) Volumen de los Devanados

5.3 Condiciones de Análisis y Condiciones de Frontera

Una vez creado el proyecto es vital especificar el tipo de problema. En el menú “**Maxwell 3D > Solution Type**” se define el problema magnetostático (“**Magnetostatic**”). Para solucionar el problema, aunque el software proporciona un caso de análisis por defecto, se prefiere crear un caso de análisis nuevo para especificar las propiedades requeridas. En el menú “**Maxwell 3D > Solution Type > Add Solution Setup**” (Ver Figura 21).

Figura 21. Definición del Sistema de Análisis en ANSYS – Maxwell



En la ventana “**Solve Setup**” se especifica un error máximo adaptivo de la malla de 0.5%. Para asegurar el porcentaje de error, el número máximo de pasos se fija en 20. Esta cantidad de pasos le indica al programa cuantos refinamientos de malla puede hacer en caso de que no se cumpla con el criterio de error máximo. El software empieza resolviendo el problema con un mallado inicial. Sí el error resultante es mayor al especificado, se refina la malla y se verifica el error. Sí no se cumple el criterio de error vuelve a refinar hasta converger o hasta llegar a la cantidad máxima de pasos.

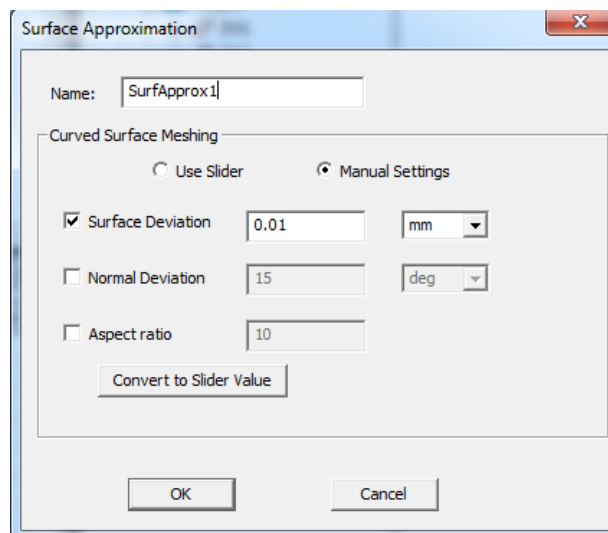
Para problemas magnetostáticos entre otros, ANSYS Maxwell define una condición de frontera en la región que contiene al modelo, de modo que el comportamiento del campo emula que el espacio se sigue extendiendo hasta el infinito. Esta condición de frontera se denomina *balloon*.

5.4 Construcción de la Malla

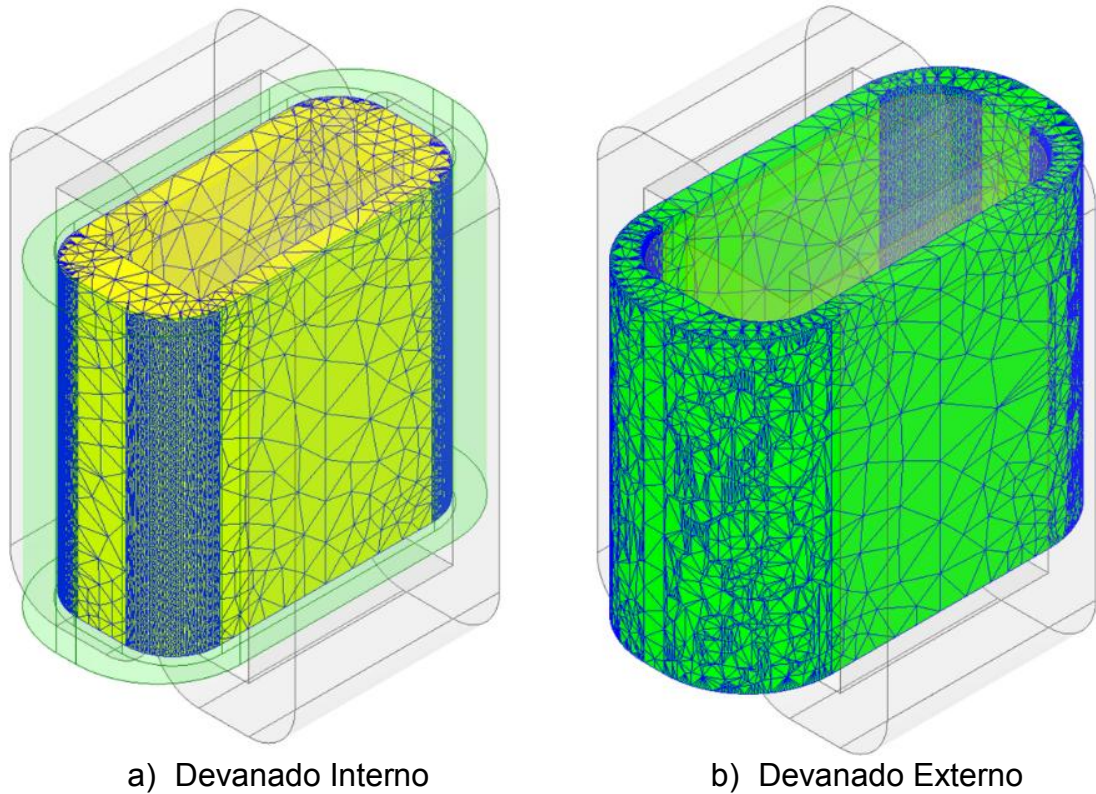
Debido a que el modelo geométrico propuesto incluye regiones curvas y los elementos usados por ANSYS Maxwell son tetraedros, se encontró que el programa presentó dificultades para modelar correctamente las regiones de las esquinas de los devanados. La dificultad principal es que al subdividir una superficie curva con elementos poligonales, pueden presentarse desviaciones importantes entre la superficie curva y el mallado final.

Para solucionar este problema se aplicaron operaciones de malla sobre las superficies curvas, imponiendo una desviación máxima entre la superficie y el mallado final de 0.01 mm . A pesar de que esta operación incrementa la complejidad y el tiempo necesario para la solución, en este caso se priorizó la precisión sobre del tiempo de cálculo.

Figura 22. Operación de Malla para Regiones Específicas



Como se muestra en la Figura 23(a), a la región externa del devanado interno, modelada por el arco de circunferencia reporta una mayor densidad de elementos como se espera. En la Figura 23(b), tanto en la cara interna como en la externa se tiene segmentos modelados por un arco de circunferencia y en consecuencia la densidad de la malla se incrementa también.

Figura 23. Malla de los Devanados

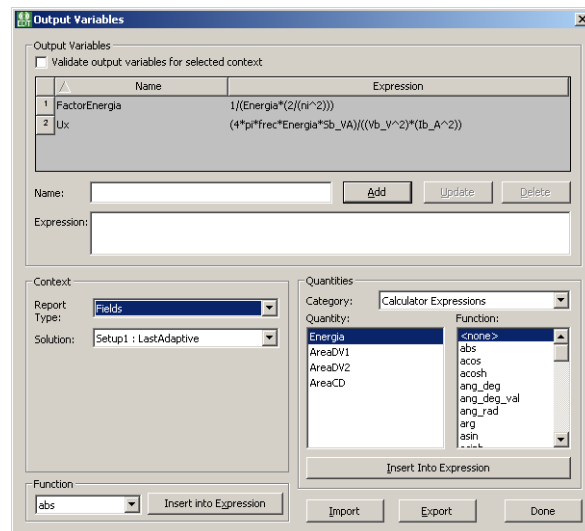
5.5 Resultados de Salida

Para obtener el resultado final de la reactancia se hizo uso de variables de salida, las cuales permiten realizar operaciones entre las variables internas calculadas por el programa y parámetros de entrada del problema. La variable de salida de la reactancia se definió en términos de la energía almacenada en el campo magnético, la cual es calculada mediante una integral de volumen en todo del dominio del problema. La expresión utilizada para la variable de salida es la siguiente

$$X_{3D} = \frac{4\pi f W_m S_b}{(V_b I_b)^2}$$

En la Figura 24 se muestra la ventana donde se define la variable de salida para el cálculo de la reactancia.

Figura 24. Definición Reactancia de Dispersión en ANSYS-Maxwell



6. Resultados y Discusión

En esta sección se presenta el valor calculado de reactancia de dispersión para los 10 casos de estudio aplicando la fórmula propuesta en este trabajo (Ecuación (4.23)). La información detallada de los parámetros usados para el cálculo puede ser consultada en el Anexo C “Parámetros Geométricos y Resultados con Fórmula Propuesta”. Las mediciones (Ver Anexo D) y los valores calculados en las simulaciones detalladas con MEF3D se utilizan como referencia para la validación.

6.1. Resultados Fórmula Propuesta

La Tabla 12 relaciona para los 10 casos de estudio, el valor medido de la reactancia de dispersión, el valor calculado con la fórmula propuesta y el error relativo. Para calcular el error relativo se toma como referencia el valor medido.

Tabla 12. Resultados Fórmula Propuesta

Caso de Estudio	Medición $X_m(\%)$	Fórmula Propuesta	
		Reactancia de Dispersión $X_p(\%)$	Error Relativo $e_{m,p}(\%)$
1	2.53	2.69	6.37
2	2.27	2.36	4.17
3	1.23	1.25	1.20
4	2.77	2.90	4.70
5	3.14	3.23	3.09
6	2.50	2.67	6.90
7	3.11	3.08	-0.75
8	2.35	2.40	1.96
9	2.79	2.86	2.46
10	2.36	2.46	4.29

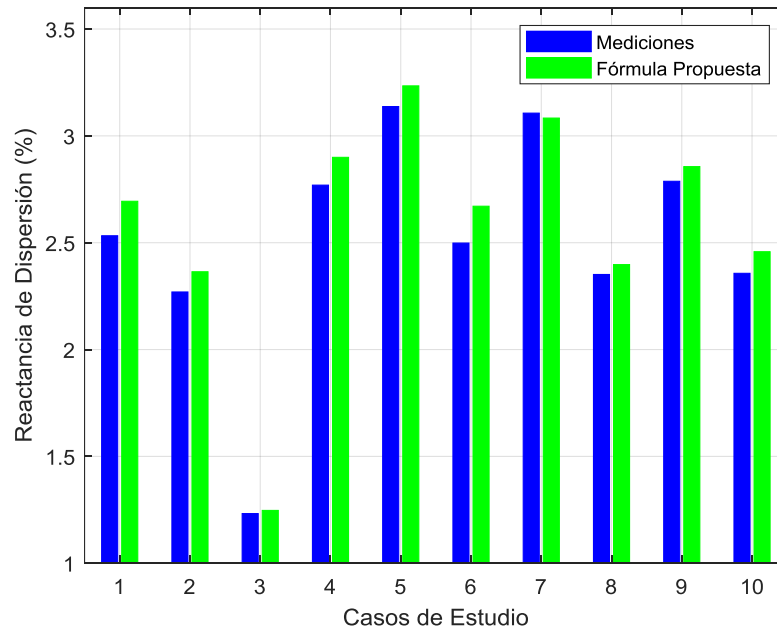
Los casos de estudio incluyen transformadores de diferentes potencias. Por ejemplo, las mayores desviaciones respecto de la medición se observan en los casos de estudio 1 y 6, que corresponden a transformadores de 15 kVA; sin embargo, en el caso de estudio 3 también se tiene un transformador de 15 kVA, pero el error observado es uno de los más bajos.

En el otro extremo, dados los resultados obtenidos para los casos de estudio 2 y 7 que corresponden a los transformadores con los mayores valores de potencia nominal (167 kVA) tampoco se identifica tendencia alguna que relacione la capacidad nominal del transformador con el desempeño de la fórmula.

Los transformadores de mayor potencia desarrollan un volumen relativamente mayor y en consecuencia áreas de dispersión más grandes, por lo tanto, parecía viable suponer que el grado de precisión de cálculo de la fórmula propuesta variaría con la potencia nominal del transformador, pero como bien se aprecia, con los resultados obtenidos no es posible determinar una tendencia relacionada con este parámetro.

En la Figura 25, el valor de reactancia de dispersión para cada uno de los casos de estudio aplicando la formulación propuesta se denota en color verde y se compara con el valor medido denotado el color azul.

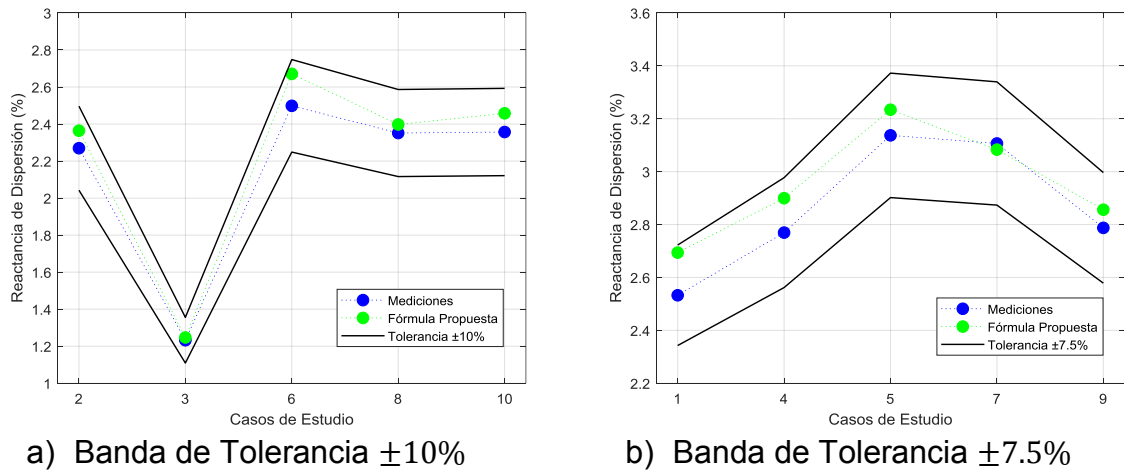
Figura 25. Resultados Fórmula Propuesta vs Mediciones



Las normas ANSI/IEEE C57.12.00 [7] e IEC 60076-1 [8] establecen una tolerancia de $\pm 7,5\%$ para transformadores con porcentaje de impedancia mayor a $2,5\%$ y una tolerancia de $\pm 10\%$ para valores de impedancia menores a $2,5\%$. En consecuencia, nuevamente, se toma como referencia el valor medido y se separan los casos de estudio para los cuales se tiene una reactancia de dispersión mayor a $2,5\%$ y menor a $2,5\%$.

La Figura 26(a) corresponde a los casos de estudio 2, 3, 6, 8 y 10 que son los que tienen un valor de reactancia medido menor a 2,5%. En concordancia con las normas mencionadas se incluye una banda de tolerancia de $\pm 10\%$. La Figura 26(b) corresponde a los casos de estudio restantes, es decir, los que tiene un valor de reactancia medido mayor a 2,5% para incluir la banda de tolerancia de $\pm 7.5\%$.

Figura 26. Resultados Fórmula Propuesta Incluyendo Banda de Tolerancia



Para todos los casos de estudio, se evidencia que el valor calculado para la reactancia de dispersión con la fórmula propuesta se ajusta dentro de la banda de tolerancia establecida por las normas citadas. Es preciso señalar que las normas establecen las bandas de tolerancia sobre el valor total de la impedancia y en este caso sólo se tiene en cuenta el valor de la reactancia, razón de más para afirmar que la fórmula propuesta funciona adecuadamente.

En el capítulo 2 sólo se incluyó una banda de tolerancia del 10% (la cual se supone menos rigurosa) para comparar los resultados obtenidos con las fórmulas analizadas. Los resultados obtenidos con dichas fórmulas en todos los casos de estudio se ubicaron por fuera de la banda de tolerancia (Ver figura 8).

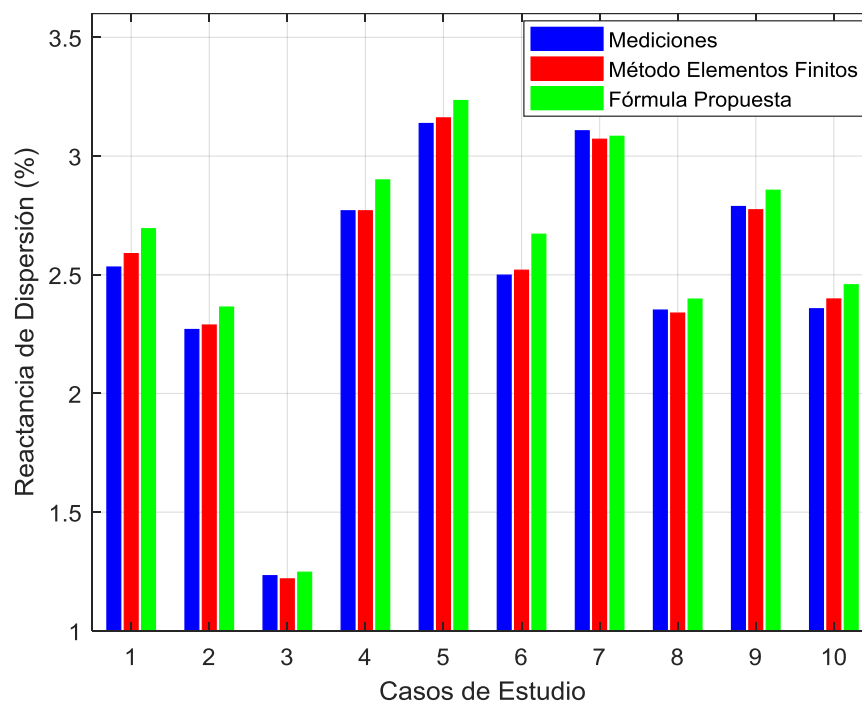
6.2. Validación con el Método de Elementos Finitos

Los resultados calculados en las simulaciones detalladas con elementos finitos se presentan en la Tabla 13. De forma análoga, se toma como referencia el valor medido de reactancia de dispersión en cada caso de estudio para el análisis de los resultados y posterior comparación con los resultados obtenidos con la fórmula propuesta.

Tabla 13. Resultados Simulaciones con MEF3D

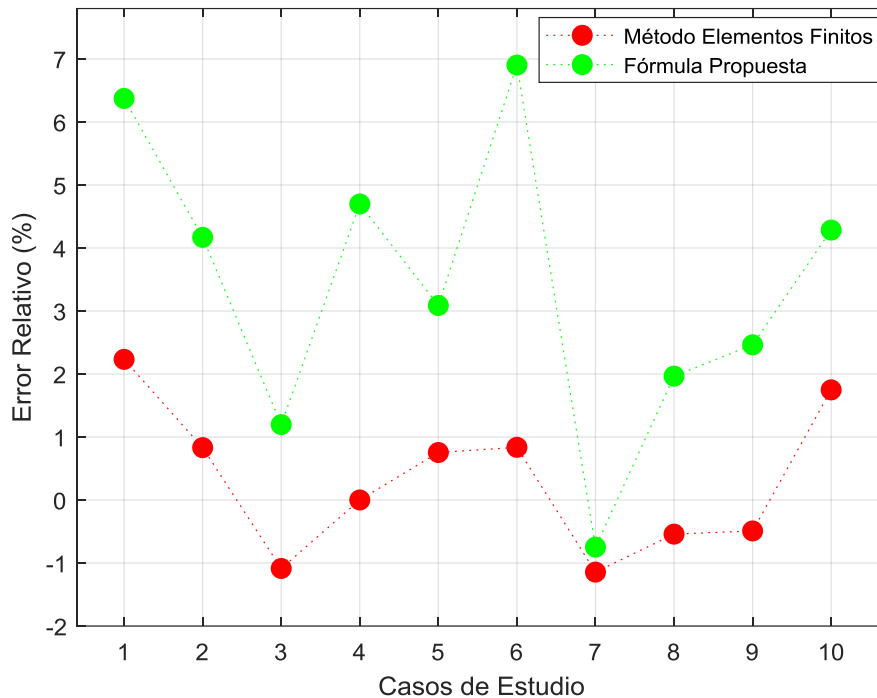
Caso de Estudio	Resultados Simulaciones con MEF3D	
	Reactancia de Dispersión X_{3D} (%)	Error Relativo $e_{m,3D}$ (%)
1	2.59	2.23
2	2.29	0.83
3	1.22	-1.08
4	2.77	0.00
5	3.16	0.75
6	2.52	0.84
7	3.07	-1.14
8	2.34	-0.54
9	2.77	-0.49
10	2.40	1.75

La Figura 27 agrupa los valores medidos como referentes y graficados en color azul. En seguida, los resultados calculados con el MEF graficados en color rojo y por último los resultados calculados con la fórmula propuesta en color verde. Según se aprecia el MEF entrega los resultados más cercanos al valor medido.

Figura 27. Resultados Fórmula Propuesta vs Método de Elementos Finitos

El error relativo promedio calculado a partir de los resultados obtenidos con la fórmula propuesta es de 3,59%; para los resultados calculados en las simulaciones detalladas con MEF3D se calculó un error relativo promedio de 0,97%. Los resultados para cada caso de estudio se muestran en la Figura 28.

Figura 28. Error Relativo Fórmula Propuesta vs Método Elementos Finitos



Se evidencia que la precisión de los resultados obtenidos con el MEF3D es muy superior a la observada tras aplicar la fórmula propuesta. Sin embargo, considerando que la fórmula propuesta entrega resultados dentro de las bandas de tolerancia establecidas por las normas ANSI/IEEEC57.12.00 e IEC 60076-1, ésta es sin duda una alternativa viable para estimar el valor de la reactancia durante la etapa de diseño. Además su aplicación e implementación es muy sencilla si se compara con el MEF3D.

6.3. Discusión

Si bien la formulación propuesta en este trabajo ha mostrado un desempeño muy superior a las formulas consultadas en la literatura científica, estos resultados deben interpretarse con cautela. A continuación se mencionan algunas de las hipótesis

que explicarían la razón por la cual las formulas consultadas reportan un desempeño inferior comparado con la fórmula propuesta:

- Se evidenció que algunas de las formulas no modelan el efecto del crecimiento de la parte no prensada del devanado y por lo tanto asumen que el espesor del devanado se mantiene constante a lo largo de todo su perímetro. Esta consideración evidentemente hace que se subvalore el área de dispersión de los devanados y por consiguiente que se calculen valores de reactancia de dispersión inferiores a los esperados. Esta situación se evidencia claramente en las Figuras 7(a) y 7(b) para las formulaciones de Coll *et. al.* y Torres *et. al.*
- A pesar de que la construcción de transformadores de núcleo arrollado es bastante estándar hoy en día, el modelo geométrico propuesto y las consideraciones incluidas en el mismo se basan en las prácticas empleadas en la fábrica de Siemens Andina Transformadores. Desafortunadamente la mayoría de los artículos que se usaron para extraer las formulas de la literatura no presentan información detallada sobre la construcción de los devanados y/o consideraciones especiales que se hayan tenido en cuenta para definir algunas de las constantes. De acuerdo con lo anterior, existe la posibilidad de que las formulas estén ajustadas o “sintonizadas” para calcular valores precisos de acuerdo a las prácticas del fabricante que apoyó la investigación, prácticas que desafortunadamente no se mencionan en los trabajos.
- La formulación propuesta presenta un desempeño superior a las disponibles en la literatura debido a una combinación de aciertos en el modelado tanto geométrico como magnético. Dentro de estos aciertos se pueden mencionar los siguientes puntos:
 - El modelo geométrico propuesto podría estar modelando de manera muy acertada la curvatura en la parte no prensada de los devanados.
 - La propuesta de los espesores ponderados usados en este trabajo puede ser una métrica acertada para contemplar el espesor variable de los devanados.
 - La decisión de usar la altura de Rogowski pudo ser una estrategia adecuada en este tipo de transformadores para incluir la componente radial del campo. De las formulas consultadas, solamente Coll *et. al.* y Torres *et. al.* usan el factor de Rogowski.

7. Conclusiones y Recomendaciones

7.1 Conclusiones

Dadas las particularidades geométricas de los transformadores con núcleo arrollado, se encontraron razones para afirmar que las fórmulas consultadas en la literatura no son lo suficientemente confiables para calcular la reactancia de dispersión.

Considerando las características geométricas de los transformadores estudiados se encontró que la fórmula propuesta en este trabajo reportó un desempeño considerablemente superior a las disponibles en la literatura, sin embargo el MEF resultó imbatible reportando los errores más bajos entre la totalidad de los métodos y para todos los casos de estudio.

El valor calculado para la reactancia de dispersión con la fórmula propuesta se encuentra dentro de la banda de tolerancia de $\pm 10\%$ y $\pm 7.5\%$ establecidas por las normas ANSI/IEEE C57.12.00 e IEC 60076-1 según sea el caso. Esto sugiere que la fórmula propuesta puede ser aplicada satisfactoriamente por los fabricantes durante el proceso de optimización de diseño de manera alternativa al uso de métodos numéricos, los cuales en general suelen demandar un alto costo computacional y extensos tiempos de cálculo.

7.2. Recomendaciones

La fórmula propuesta para el cálculo de la reactancia de dispersión aplica a transformadores monofásicos y trifásicos de núcleo arrollado. Esta investigación se enfocó en transformadores monofásicos debido a la disponibilidad de datos de trabajo.

Debido a que expresión final (Ecuación (4.23)) vincula valores escalares de área de dispersión y no expresiones que relacionen la forma geométrica, esto sugiere que

la fórmula podría usarse también en transformadores con devanados circulares, siempre que el valor del área de dispersión de cada devanado se halle de manera consistente con la geometría. Además, en el caso particular de los devanados circulares se suele tener un espesor constante a lo largo del perímetro del devanado por lo cual no haría falta usar espesores ponderados.

Anexo A: Parámetros Calculados con Fórmulas Consultadas y Resultados

Debido a que las fórmulas consultadas y presentadas en el capítulo 2 indican diferentes procedimientos para el cálculo de los parámetros geométricos y utilizan diferentes variables para el cálculo de la reactancia de dispersión, a continuación se presentan los resultados obtenidos con cada una de las fórmulas y para cada caso de estudio.

Fórmula 1 (Pérez A.)

En la Tabla 14 la variable ($kVA/fase$) representa la potencia nominal de fase, f la frecuencia y V_t corresponde al voltio por espira.

Por otro lado, l_{vm1} y l_{vm2} es la longitud de la vuelta media del devanado 1 y 2 respectivamente y $v_m(mm)$ es el promedio entre l_{vm1} y l_{vm2} . Para calcular las variables γ y α previamente se calcula a y c que corresponde al espesor del devanado 1 y 2 respectivamente⁷; b corresponde al espesor del canal de dispersión y h_m que es el promedio de las alturas de los devanados. N_{ab} es el número de espacios entre devanados. Finalmente $X_{fór_1}$ es la reactancia de dispersión calculada, X_m es la reactancia medida y $e_{m.fór_1}$ el error relativo.

Tabla 14. Cálculos con Fórmula 1 para los 10 Casos de Estudio

Variable (Unidad)	Casos de Estudio									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(kVA/fase)$	15	167.5	15	25	100	15	167	37.5	100	75
$f(Hz)$	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
$V_t(V)$	5.13	17.14	4.71	6.67	13.33	5.45	12.59	6.67	13.33	10.91
l_{vm1}	589.7	954.6	529.3	628.0	954.4	580.1	821.9	562.9	789.2	775.2

⁷ Para calcular el espesor de cada devanado y la l_{vm1} y l_{vm2} se acudió a información detallada de diseño (espesor de conductor, espesor de aislamiento, dimensiones del núcleo, etc.) de acuerdo con el procedimiento indicado por el autor y presentado en la sección 2.1.

Variable (Unidad)	Casos de Estudio									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_{vm2}	741.9	1125.2	628.3	783.3	1144.7	732.7	975.1	695.2	950.0	917.8
$v_m(mm)$	665.8	1039.9	578.8	705.7	1049.5	656.4	898.5	629.1	869.6	846.5
$a(mm)$	19.5	19.1	11.7	22.7	26.7	26.0	22.1	15.4	18.7	17.4
$b(mm)$	2.5	2.5	2.5	2.5	5	2.5	3.5	2.5	2.5	2.5
$c(mm)$	24.0	30.2	14.8	21.7	23.9	17.6	19.7	21.7	27.5	23.0
$\gamma(mm)$	30.0	31.7	19.1	32.5	39.6	34.3	32.1	25.1	30.3	27.6
$h_m(mm)$	127.0	302.8	224.9	130.5	256.8	108.3	358.5	205.7	193.4	223.1
$\alpha(mm)$	142.3	320.1	234.6	146.1	275.3	123.7	373.6	218.9	209.6	237.3
$N_{ab}(-)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$X_{f\acute{o}r_1}(\%)$	3.61	2.65	1.44	3.99	3.84	4.15	3.68	2.75	3.20	2.80
$X_m(\%)$	2.53	2.27	1.23	2.77	3.14	2.50	3.11	2.35	2.79	2.36
$e_{m.f\acute{o}r_1}(\%)$	42.54	16.77	16.84	44.07	22.40	66.11	18.46	16.95	14.80	18.80

Fórmula 4 (Coll *et. al.*)

En la Tabla 15 la variable la variable f corresponde a la frecuencia, S a la potencia nominal monofásica, V/N corresponde al voltio por espira. e_1 y e_2 son los espesores calculados para el devanado 1 y 2 respectivamente, y e_{12} es el espesor del canal de dispersión. h_m corresponde al promedio de las alturas de los devanados, ROG al factor de Rogowski y h_{ROG} es la altura ajustada con ROG .

El cálculo de la espira media de devanado 1 y 2 (E_{M1} , E_{M2}) y del canal de dispersión (E_{M12}) se obtiene con el perímetro interno del devanado 1 (Per_{int1}), el perímetro externo del devanado 1 (Per_{ext1}), el perímetro interno del devanado 2 (Per_{int2}) y el perímetro externo del devanado de 2 (Per_{ext2}).⁸

Finalmente $X_{f\acute{o}r_4}$ es la reactancia de dispersión calculada, X_m es la reactancia medida y $e_{m.f\acute{o}r_4}$ el error relativo.

Tabla 15. Cálculos con Fórmula 4 para los 10 Casos de Estudio

Variable (Unidad)	Casos de Estudio									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(Hz)$	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
$S(kVA)$	45.0	502.5	45.0	75.0	300.0	45.0	501.0	112.5	300.0	225.0
$V/N(V)$	5.13	17.14	4.71	6.67	13.33	5.45	12.59	6.67	13.33	10.91

⁸ Para calcular el espesor de cada devanado y los perímetros señalados se requirió información detallada de diseño (espesor de conductor, espesor de aislamiento, dimensiones del núcleo, etc.) de acuerdo con el procedimiento indicado por el autor y analizado en la sección 2.4.

Variable (Unidad)	Casos de Estudio									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$e_1(mm)$	18.8	18.8	11.4	22.7	26	25.9	21.9	15.2	18.5	17.1
$e_{12}(mm)$	2.5	2.5	2.5	2.5	5	2.5	3.5	2.5	2.5	2.5
$e_2(mm)$	22.9	28.1	13.8	21.4	24.2	16.8	19.3	21.4	28	22.7
$h(mm)$	127.0	302.8	224.9	130.5	256.8	108.3	358.5	205.7	193.4	223.1
$ROG(-)$	0.89	0.95	0.96	0.89	0.93	0.87	0.96	0.94	0.92	0.94
$h_{ROG}(mm)$	142.8	319.4	234.1	147.2	275.6	124.9	373.3	218.9	210.4	237.4
$Per_{int1}(mm)$	529.7	900.3	493.7	557.7	875.1	499.7	753.7	515.7	731.7	721.7
$Per_{ext1}(mm)$	647.8	1018.4	565.3	700.3	1038.5	662.4	891.3	611.2	847.9	829.1
$Per_{int2}(mm)$	663.5	1034.1	581.0	716.0	1069.9	678.1	913.3	626.9	863.6	844.8
$Per_{ext2}(mm)$	807.4	1210.7	667.7	850.5	1222.0	783.7	1034.6	761.4	1039.6	987.5
$E_{M1}(mm)$	588.8	959.3	529.5	629.0	956.8	581.1	822.5	563.5	789.8	775.4
$E_{M12}(mm)$	655.7	1026.2	573.2	708.2	1054.2	670.3	902.3	619.1	855.8	837.0
$E_{M2}(mm)$	735.5	1122.4	624.4	783.3	1145.9	730.9	973.9	694.1	951.6	916.2
$X_{fór_4}(\%)$	2.07	1.61	0.87	2.19	2.20	2.06	2.06	1.71	2.01	1.69
$X_m(\%)$	2.53	2.27	1.23	2.77	3.14	2.50	3.11	2.35	2.79	2.36
$e_{m.fór_4}(\%)$	-18,27	-29,06	-29,41	-20,92	-29,87	-17,55	-33,69	-27,28	-27,89	-28,3

Fórmula 5 (Torres *et. al.*)

En la Tabla 15 f corresponde a la frecuencia, N_1 y N_2 son el número de espiras del devanado de alta y baja tensión respectivamente, h_1 y h_2 es la altura del devanado de alta y baja tensión respectivamente, K_{R1} y K_{R2} es el factor de Rogowski para obtener h_{eq1} y h_{eq2} que son alturas ajustadas del devanado de alta y baja tensión respectivamente.

Las variables δ_1 y δ_2 corresponden al espesor radial del devanado 1 y 2 respectivamente, δ_0 es espesor del canal de dispersión. P_{int1} y P_{int2} corresponden al perímetro interno del devanado 1 y 2 respectivamente y P_{int0} al perímetro interno del canal de dispersión.⁹

Por último, $X_{fór_5}$ es la reactancia de dispersión calculada, X_m es la reactancia medida y $e_{m.fór_5}$ el error relativo.

⁹ Para calcular el espesor de cada devanado y los perímetros señalados se utilizó información detallada de diseño (espesor de conductor, espesor de aislamiento, dimensiones del núcleo, etc.) de acuerdo con el procedimiento indicado por el autor y analizado en la sección 2.5.

Tabla 16. Cálculos con Fórmula 5 para los 10 Casos de Estudio

Variable (Unidad)	Casos de Estudio									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(Hz)$	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
$N_1(-)$	2573	770	1619	900	1494	1397	1144	2070	1035	698
$N_2(-)$	54	14	102	36	18	44	22	36	18	22
$\delta_1(mm)$	18.8	18.8	11.4	22.7	26	25.9	21.9	15.2	18.5	17.1
$\delta_0(mm)$	2.5	2.5	2.5	2.5	5	2.5	3.5	2.5	2.5	2.5
$\delta_2(mm)$	22.9	28.1	13.8	21.4	24.2	16.8	19.3	21.4	28	22.7
$h_1(mm)$	122.0	304.8	223.0	128.9	252.2	103.8	351.2	201.4	186.8	217.5
$h_2(mm)$	132.0	300.8	226.8	132.0	261.3	112.8	365.8	210.0	200.0	228.6
$K_{R1}(-)$	0.885	0.948	0.961	0.885	0.930	0.862	0.960	0.938	0.917	0.938
$K_{R2}(-)$	0.893	0.948	0.961	0.888	0.933	0.873	0.961	0.941	0.922	0.941
h_{eq1}	137.9	321.4	232.2	145.7	271.1	120.5	366	214.7	203.8	231.9
h_{eq2}	231.9	231.9	231.9	231.9	231.9	231.9	231.9	231.9	231.9	231.9
$P_{int1}(mm)$	552.6	926.6	516.6	580.6	900.6	522.6	776.6	538.6	754.6	744.6
$P_{int0}(mm)$	670.7	1044.7	588.2	723.2	1063.9	685.3	914.2	634.1	870.8	852.0
$P_{int2}(mm)$	686.4	1060.4	603.9	738.9	1095.3	701.0	936.2	649.8	886.5	867.7
$X_{fór.5}(\%)$	2.14	1.68	0.90	2.26	2.25	2.1	2.11	1.78	2.08	1.74
$X_m(\%)$	2.53	2.27	1.23	2.77	3.14	2.50	3.11	2.35	2.79	2.36
$e_{m.fór.5}(\%)$	-15.5	-25.97	-26.98	-18.4	-28.28	-15.95	-32.08	-24.3	-25.38	-26.17

Anexo B: Modelado de la Curvatura del Devanado

Curvatura del Devanado Interno en el Modelo Geométrico Ideal

Para modelar la región geométrica en torno al vértice la formaleta ($A2_{DV1}$) se definen los puntos A, B señalados en la Figura 29. En seguida, se define un patrón geométrico cuyo radio de curvatura sea constante a lo largo de la trayectoria \widehat{AB} . Lo anterior garantiza el supuesto de que el espesor del devanado es constante a lo largo de su perímetro.

Supóngase que la curva está dada en forma paramétrica, con s definido como la distancia a lo largo de la curva desde el punto fijo P_0 a P . Sea ϕ el ángulo entre la recta tangente en P y la parte positiva del eje x , entonces la curvatura κ en P es el valor absoluto de la derivada de $d\phi/ds$ [17].

Para garantizar que el espesor se mantiene constante en la región $A2_{DV1}$, el radio de la curvatura a lo largo de la trayectoria \widehat{AB} , debe ser $\frac{1}{\kappa} = w$ cte.

Expresando ϕ como una función de la longitud del arco s en una circunferencia de radio w , se mide s en la dirección opuesta a la del movimiento de las manecillas del reloj desde el punto P_0 . (Para $s = 0$; $\phi = 0$ y $s = P$; $\phi = \theta$). Luego $\phi = 0 + \theta$. Por definición el ángulo θ medido en radianes, es igual a la longitud del arco s dividida entre el radio, entonces

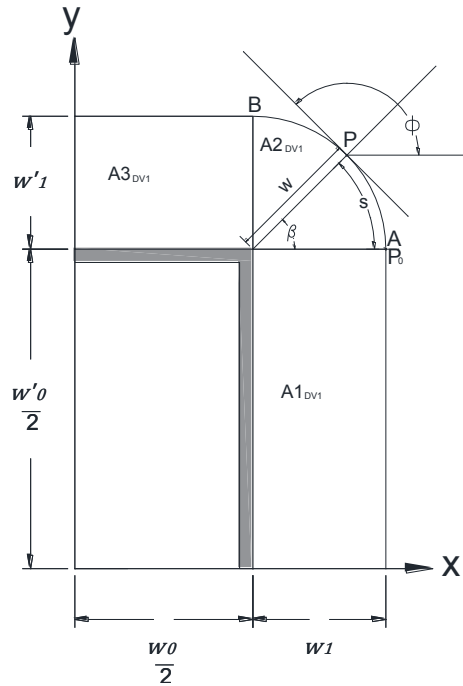
$$\phi = 0 + \theta = 0 + \frac{s}{w} \quad \text{y} \quad \kappa = \frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{w}$$

La trayectoria \widehat{AB} modelada como un arco de circunferencia tiene un radio de curvatura constante, garantizando que el espesor del devanado en región $A2_{DV1}$ es también constante. Por definición, el radio de la curvatura de una curva en un punto es el recíproco de la curvatura, entonces,

$$\text{Radio de curvatura} = \frac{1}{\kappa} = w = w_1 = w'_1$$

El área de la región denotada como $A2_{DV1}$ se puede obtener en términos de la longitud del arco de circunferencia, sin embargo, nótese que la región está limitada por segmentos de recta perpendiculares con ángulo central de 90° . Entonces, el área $A2_{DV1}$ se modela como un cuarto o cuadrante de circunferencia de radio $w = w_1 = w'_1$.

Figura 29. Curvatura del Devanado Interno en el Modelo Ideal.



Elaboración propia.

Curvatura del Devanado Interno en el Modelo Geométrico Realista

Para modelar la región en torno a cada uno de los vértices del devanado interno, a partir de la Figura 30 se considera lo siguiente:

- Sí se asume como radio de la curvatura el espesor de la zona prensada (w_1) el arco de circunferencia resultante es \widehat{AB} . A lo largo de la curva (s) en la dirección opuesta a la del movimiento de las manecillas del reloj, con excepción del punto fijo P_0 , el conjunto de puntos \widehat{AB} no es coincidente con el arco de circunferencia

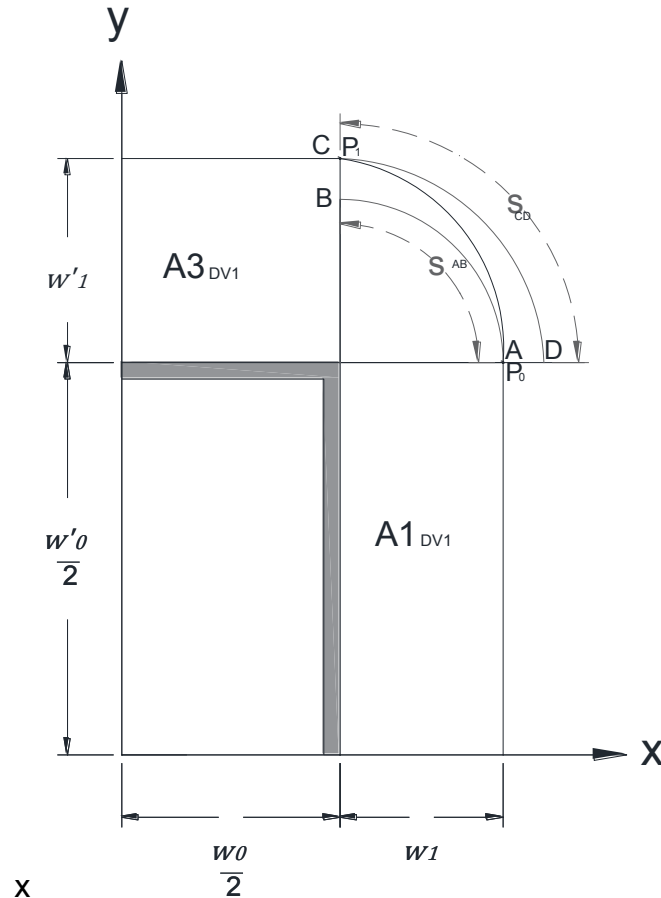
\widehat{AC} descrito por el contorno externo del devanado. De hecho, el único punto coincidente es P_0 :

$$P_0 \in \widehat{AB} \text{ y } P_0 \in \widehat{AC}$$

- Sí se asume como radio de la curvatura el espesor de la zona no prensada (w'_1) el arco de circunferencia resultante es \widehat{CD} . A lo largo de la curva (s) en la dirección del movimiento de las manecillas del reloj, con excepción del punto fijo P_1 , el conjunto de puntos \widehat{CD} no es coincidente con el conjunto de puntos \widehat{CA} descrito por el contorno externo del devanado. De hecho, el único punto coincidente es P_1 :

$$P_1 \in \widehat{CD} \text{ y } P_1 \in \widehat{AC}$$

Figura 30. Curvatura del Devanado Interno con Diferentes Radios



Elaboración propia.

Como a la par se ha demostrado que el arco de circunferencia \widehat{CD} con radio de curvatura w'_1 (espesor no prensado) contiene al arco de circunferencia \widehat{CA} descrito

por el contorno externo del devanado, se selecciona para continuar con el análisis, haciendo un par de salvedades:

- P_0 permanece como punto fijo, para señalar el final de la trayectoria recta y el inicio de la trayectoria curva, consecuencia directa del proceso de prensado.
- P_1 se desplaza para modelar el ensanchamiento de los lados (opuestos) no sometidos a proceso de prensado, en respuesta a la inclusión de los materiales correspondientes a canales de refrigeración, salidas de conexiones y taps.

Entonces, en el modelo geométrico realista, para modelar el área de la región denotada como $A2_{DV1}$, el centro del arco de la circunferencia se desplaza en la dirección negativa de x una longitud equivalente a $w'_1 - w_1$ y como resultante se obtiene una región delimitada por un arco de circunferencia con radio de curvatura w'_1 .

Anexo C: Parámetros Geométricos y Resultados con Fórmula Propuesta

En la Tabla 17 se presentan los parámetros que surgen del proceso de diseño del cálculo eléctrico del transformador usados para calcular la reactancia de dispersión en los 10 casos de estudio. Igualmente se presentan el valor medido (valor de referencia) y los resultados obtenidos con la fórmula propuesta y con MEF3D para los 10 casos de estudio.

Tabla 17. Datos Constructivos y Resultados Fórmula Propuesta y el MEF3D

Variable (Unidad)	Casos de Estudio									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(Hz)$	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
$S_b(kVA)$	15	167.5	15	25	100	15	167	37.5	100	75
$V_b(V)$	13200	13200	7620	6000	19920	7620	14400	13800	13800	7620
$N(-)$	2573	770	1619	900	1494	1397	1144	2070	1035	698
$h_m(mm)$	127.0	302.8	224.9	130.5	256.8	108.3	358.5	205.7	193.4	223.1
$w_0(mm)$	84.0	198.0	96.0	98.0	185.0	99.0	123.0	107.0	139.0	134.0
$w'_0(mm)$	186.0	259.0	156.0	186.0	259.0	156.0	259.0	156.0	232.0	232.0
$w_1(mm)$	21.9	21.2	13.6	25.0	29.5	28.8	25.0	17.0	20.3	19.1
$w'_1(mm)$	31.6	38.6	23.9	42.3	56.5	36.0	57.3	33.3	47.6	43.4
$w_g(mm)$	2.5	2.5	2.5	2.5	5	2.5	3.5	2.5	2.5	2.5
$w_2(mm)$	26.6	31.8	16.4	23.5	27.5	18.7	22.0	24.0	30.7	25.4
$w'_2(mm)$	36.9	58.9	26.6	35.2	47.5	31.5	39.2	37.2	50.9	44.1
$X_m(\%)$	2.53	2.27	1.23	2.77	3.14	2.50	3.11	2.35	2.79	2.36
$X_p(\%)$	2.69	2.36	1.25	2.90	3.17	2.67	3.08	2.40	2.86	2.46
$X_{3D}(\%)$	2.59	2.29	1.22	2.77	3.16	2.52	3.07	2.34	2.77	2.40
$e_{m.p}(\%)$	6.37	4.17	1.20	4.70	3.09	6.90	-0.75	1.96	2.46	4.29
$e_{m.3D}(\%)$	2.23	0.83	-1.08	0.00	0.75	0.84	-1.14	-0.54	-0.49	1.75

La variable S_b representa la potencia nominal del transformador, f es la frecuencia, V_b es el voltaje nominal de alta tensión, N es el número de espiras del devanado de alta tensión, h_m es el promedio de las alturas de los devanados, w_0 y w'_0 son las dimensiones globales de la formaleta, w_1 y w'_1 son el espesor del devanado 1 en la zona prensada y no prensada respectivamente, w_g es el espesor del canal de dispersión, w_2 y w'_2 es el espesor del devanado 2 en la zona prensada y no prensada

respectivamente, X_m es la reactancia de dispersión medida, X_p es la reactancia de dispersión calculada con la fórmula propuesta, X_{3D} es la reactancia de dispersión calculada con MEF, $e_{m.p}$ es el error relativo de la fórmula propuesta y $e_{m.3D}$ es el error relativo de observado en las simulaciones detallados con el MEF en 3D. Los errores relativos se calculan tomando como referencia el valor de la medición.

Anexo D: Información Mediciones

En la Tabla 18 se presentan los datos de ensayo de cada uno de los casos de estudio. Todos los casos de estudio son transformadores monofásicos. La variable S_b representa la potencia nominal del transformador, V_b es el voltaje nominal de alta tensión, V_{ccm} es la tensión de cortocircuito medida por alta tensión, P_{ccm} es la potencia de cortocircuito medida por alta tensión, R_m es la resistencia en porcentaje, Z_m es la impedancia de cortocircuito y finalmente X_m es la reactancia de dispersión medida.

Tabla 18. Mediciones de cada Caso de Estudio

Caso de Estudio	Unidades Probadas	$S_b (kVA)$	$V_b (kV)$	$P_{ccm} (W)$	$V_{ccm} (V)$	$R_m (\%)$	$X_m (\%)$	$Z_m (\%)$
1	3	15	13.20	144.0	357.2	0.96	2.53	2.71
2	1	167.5	13.20	1106.0	312.0	0.66	2.27	2.36
3	2	15	7.62	139.0	117.5	0.93	1.23	1.54
4	1	25	6.00	215.0	174.0	0.86	2.77	2.90
5	2	100	19.92	801.5	645.0	0.80	3.14	3.24
6	77	15	7.62	155.0	205.7	1.03	2.50	2.70
7	2	167	14.40	1472.5	465.0	0.88	3.11	3.23
8	11	37.5	13.80	470.7	367.9	1.26	2.35	2.67
9	3	100	13.80	925.0	405.3	0.93	2.79	2.94
10	3	75	7.62	620.3	190.3	0.83	2.36	2.50

Como se señaló previamente en la prueba de cortocircuito las variables V_{ccm} y P_{ccm} son obtenidas a partir de mediciones directas. Para calcular R_m , Z_m y X_m se utilizan las siguientes expresiones:

$$R_m = \frac{P_{cc}}{S_n}$$

$$Z_m = \frac{V_{cc}}{V_n}$$

$$X_{cc \text{ pu}} = \sqrt{Z_{cc \text{ pu}}^2 - R_{cc \text{ pu}}^2}$$

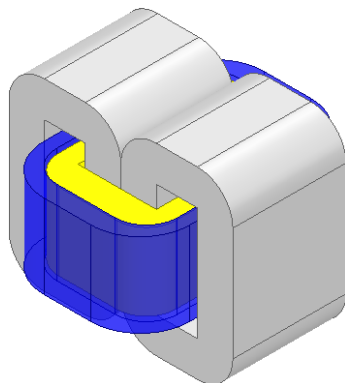
Las condiciones generales de prueba para todos los casos de estudio fueron las siguientes:

- Los ensayos se realizaron cortocircuitando las terminales de baja tensión y se alimentó por alta tensión.
- Los valores V_{ccm} y P_{ccm} están referidos a una temperatura de prueba de 20°C. Si bien la reactancia no es dependiente de la temperatura, su valor se obtiene indirectamente a partir del valor de V_{ccm} y P_{ccm} .
- En la segunda columna "*Unidades Probadas*" se indica la cantidad de unidades idénticas probadas
- Para los valores V_{ccm} y P_{ccm} se tomó el promedio de las unidades probadas.
- Debido a que en este trabajo sólo se abordaron unidades monofásicas $S_n = S_b$ y $V_b = V_n$. Para transformadores trifásicos V_b corresponde al voltaje de fase y S_b a la potencia aparente por pierna.

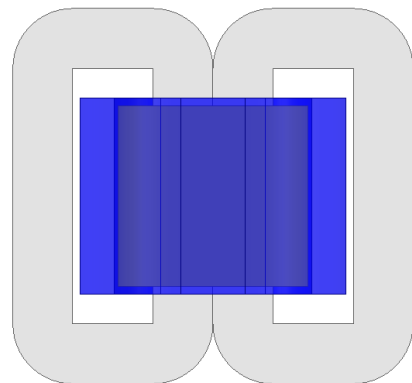
Anexo E: Geometría de los Casos de Estudio

En el presente anexo se muestran diferentes vistas de los casos de estudios analizados e implementados para calcular el valor de la reactancia de dispersión mediante simulaciones detalladas de MEF3D.

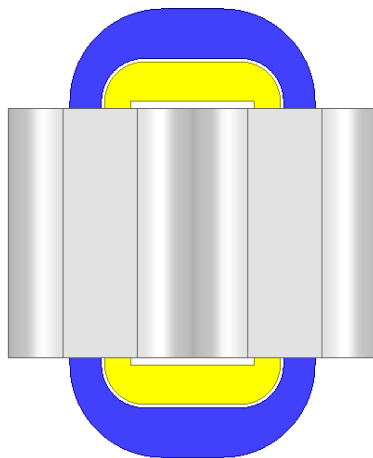
Caso de Estudio 1



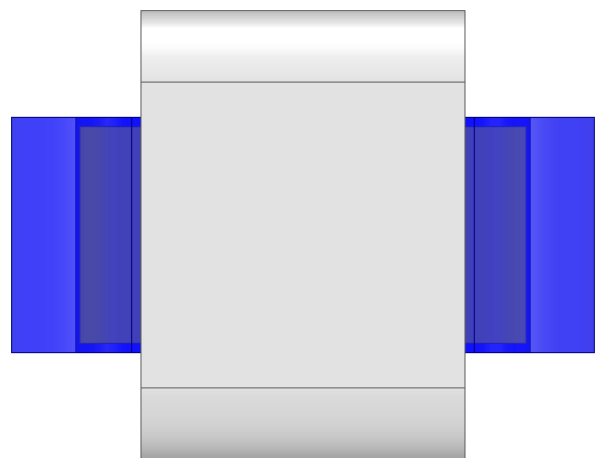
a) Proyección Isométrica



b) Vista Frontal

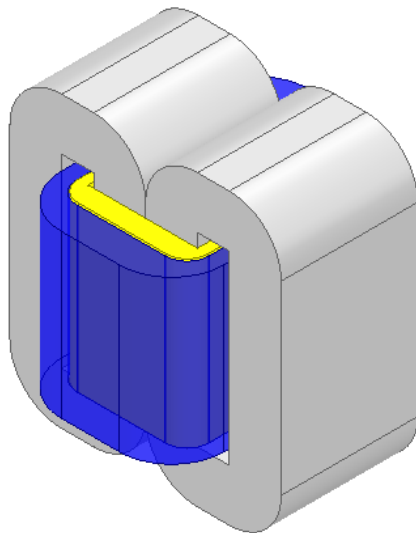


c) Vista Superior

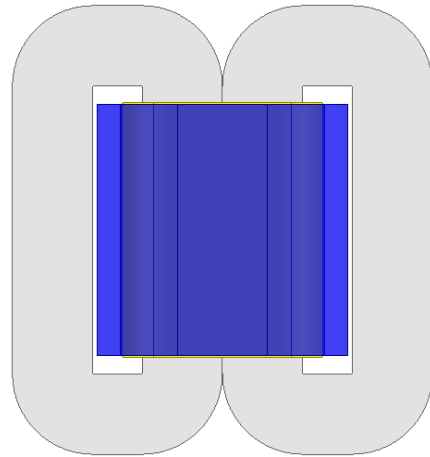


d) Vista Lateral

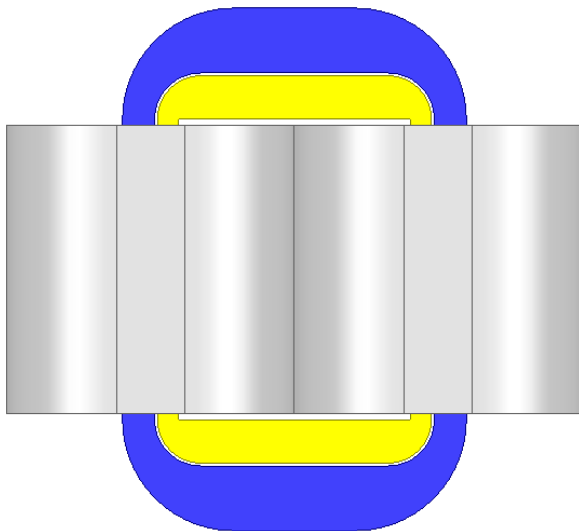
Caso de Estudio 2



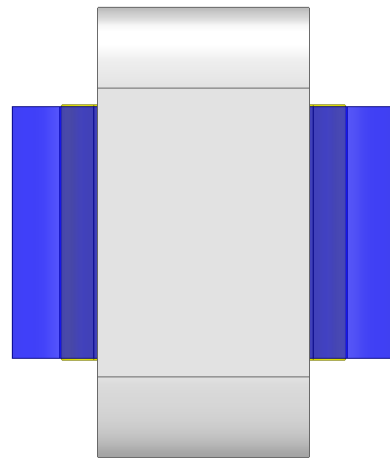
a) Proyección Isométrica



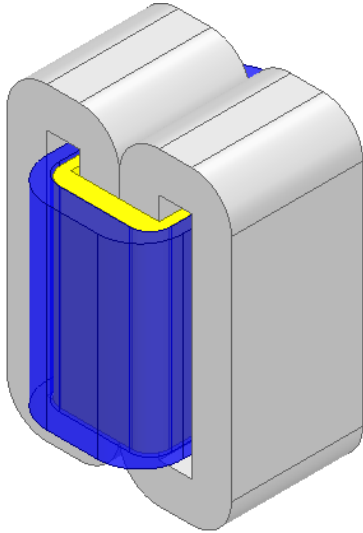
b) Vista Frontal



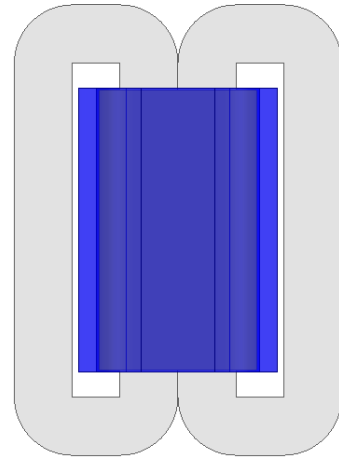
c) Vista Superior



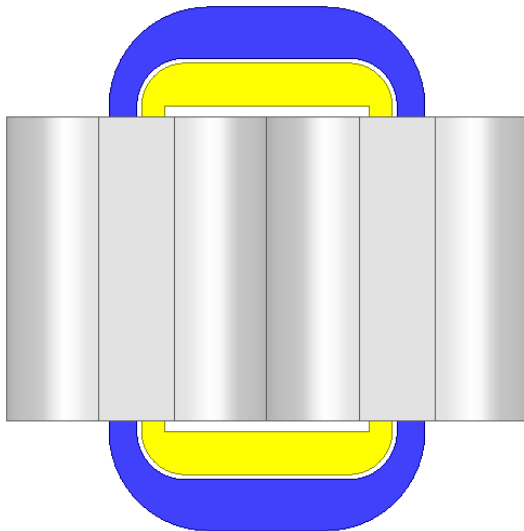
d) Vista Lateral

Caso de Estudio 3

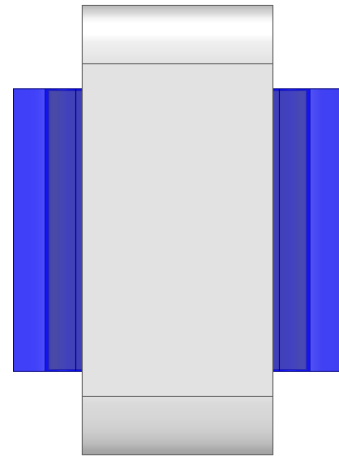
a) Proyección Isométrica



b) Vista Frontal

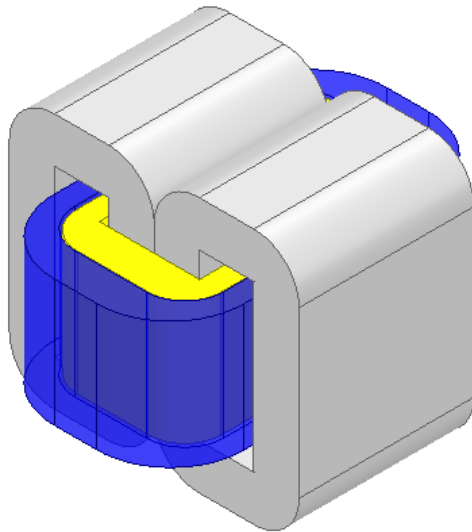


c) Vista Superior

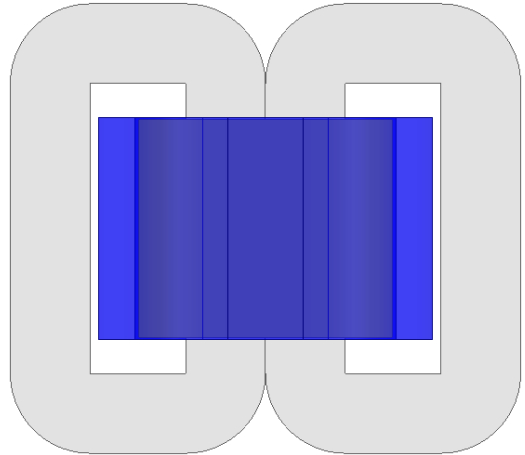


d) Vista Lateral

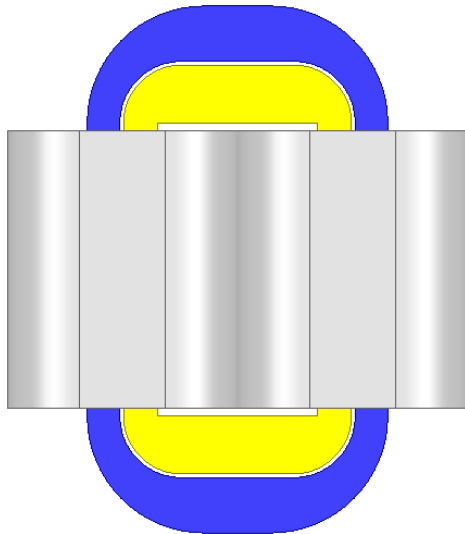
Caso de Estudio 4



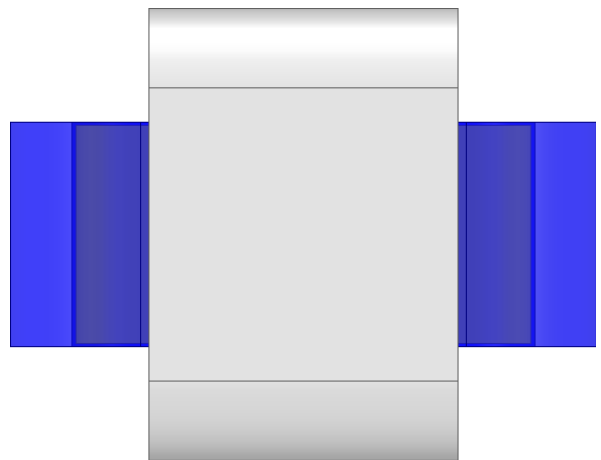
a) Proyección Isométrica



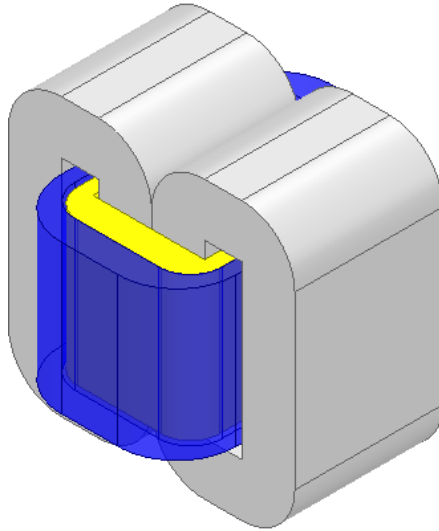
b) Vista Frontal



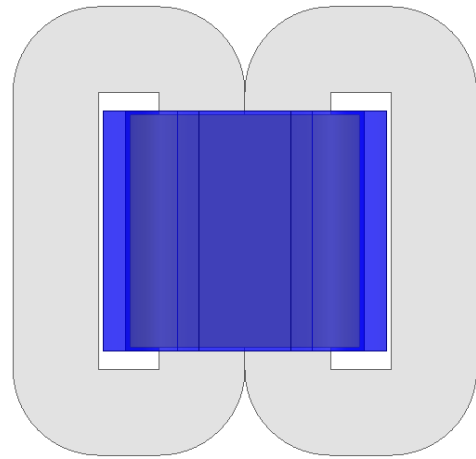
c) Vista Superior



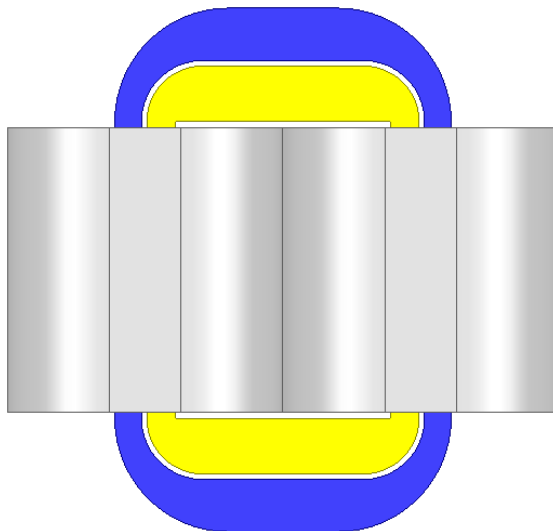
d) Vista Lateral

Caso de Estudio 5

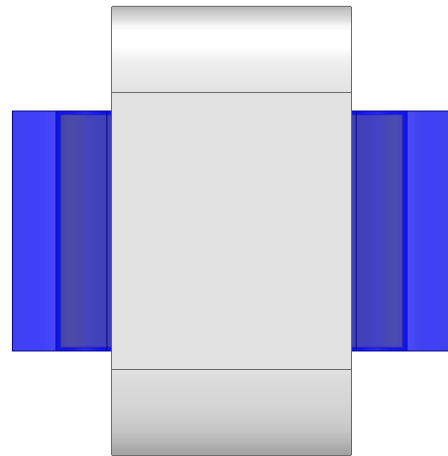
a) Proyección Isométrica



b) Vista Frontal

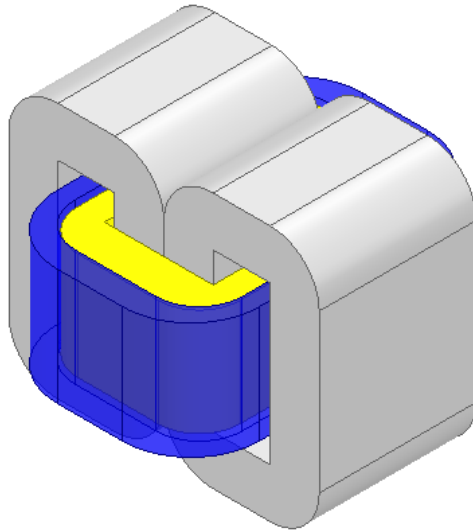


c) Vista Superior

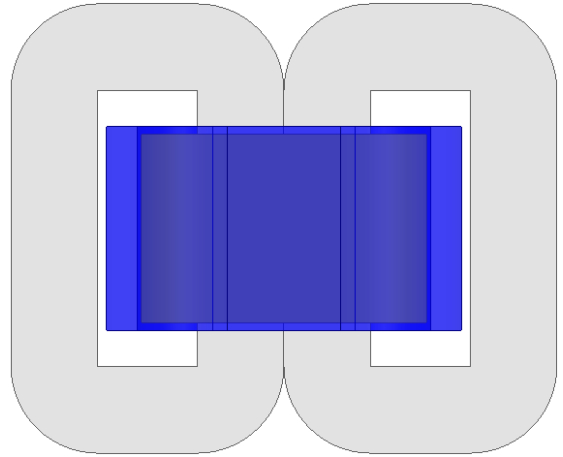


d) Vista Lateral

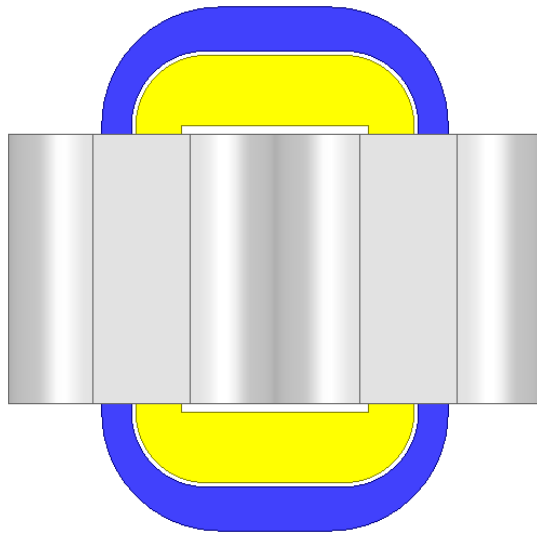
Caso de Estudio 6



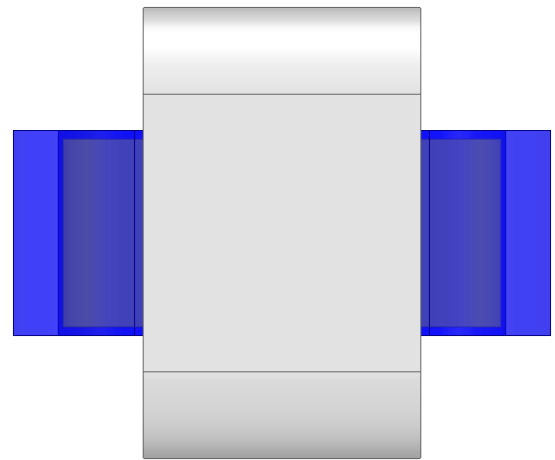
a) Proyección Isométrica



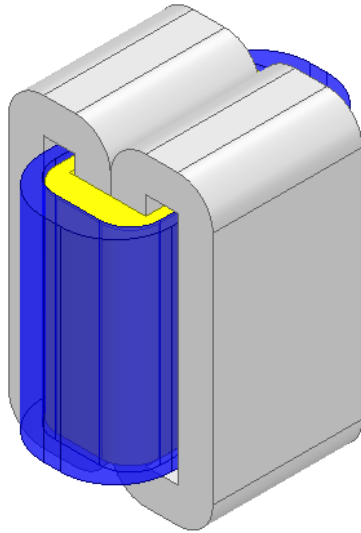
b) Vista Frontal



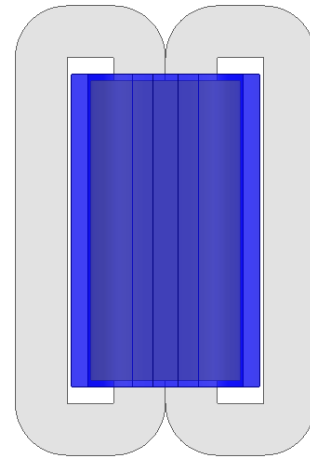
c) Vista Superior



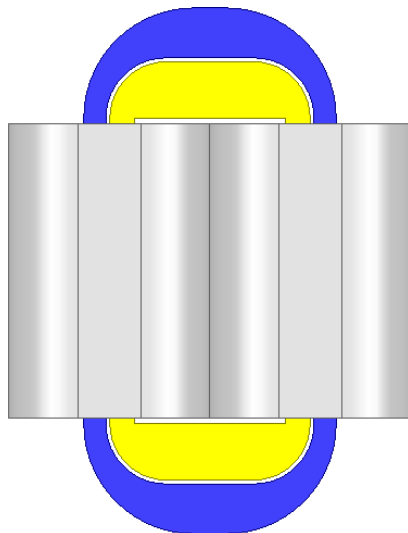
d) Vista Lateral

Caso de Estudio 7

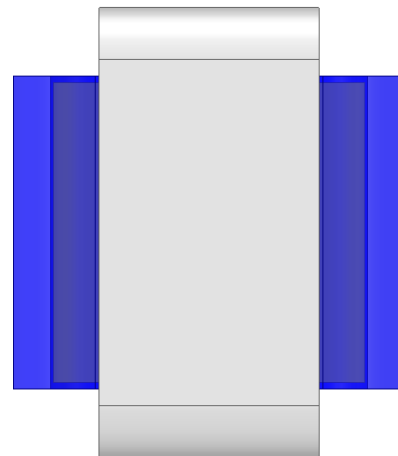
a) Proyección Isométrica



b) Vista Frontal

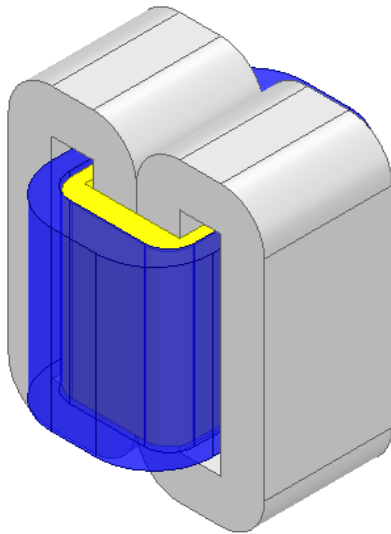


c) Vista Superior

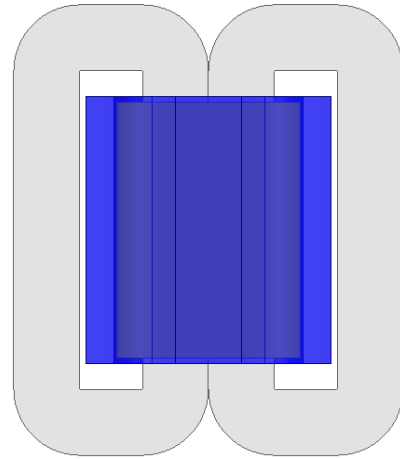


d) Vista Lateral

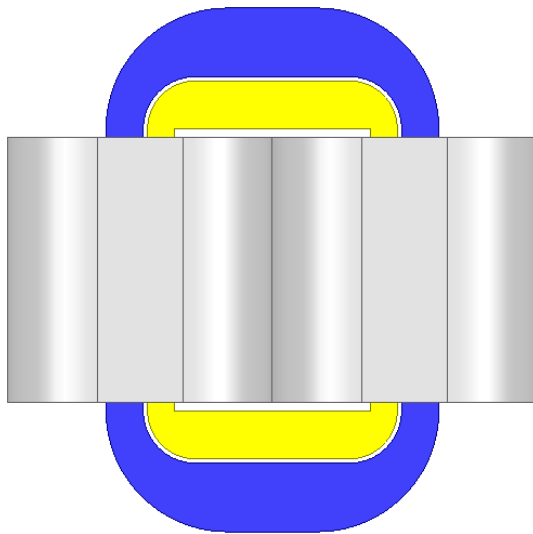
Caso de Estudio 8



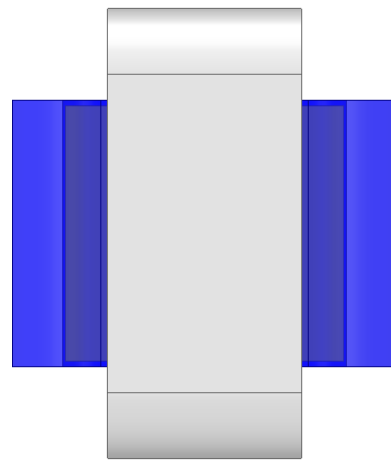
a) Proyección Isométrica



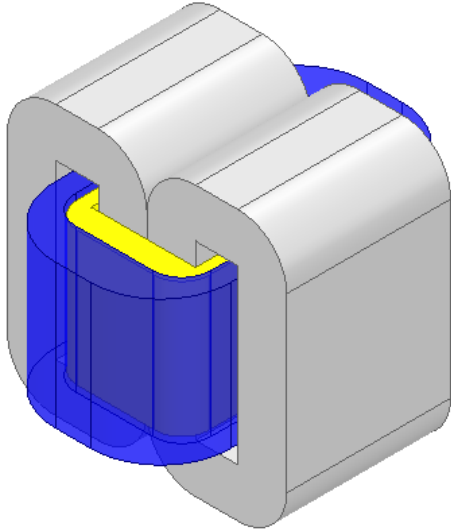
b) Vista Frontal



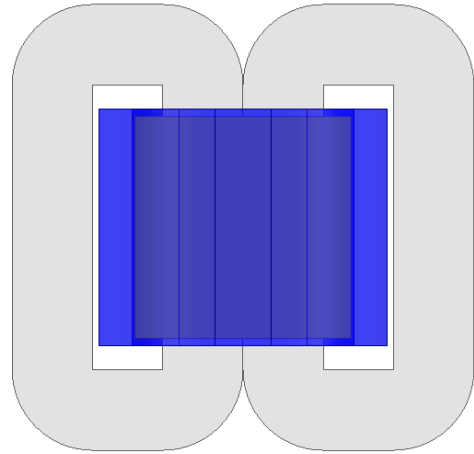
c) Vista Superior



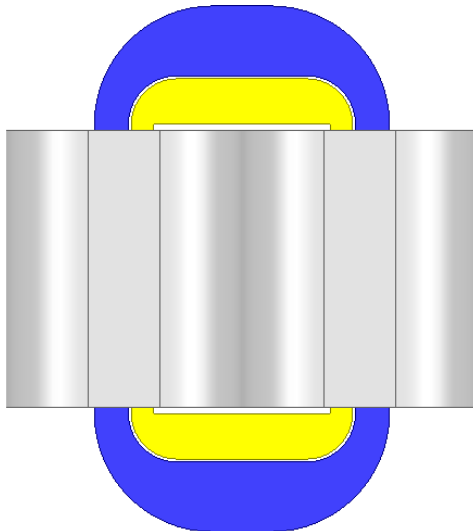
d) Vista Lateral

Caso de Estudio 9

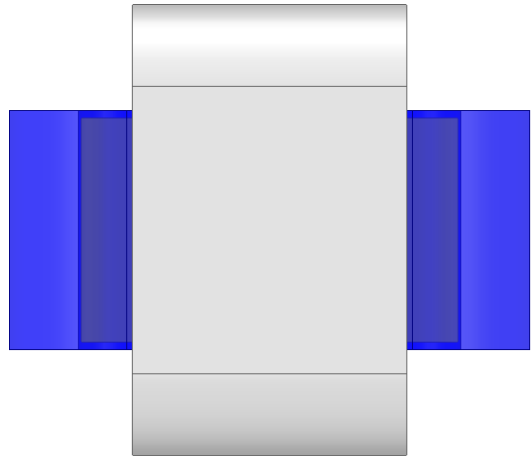
a) Proyección Isométrica



b) Vista Frontal

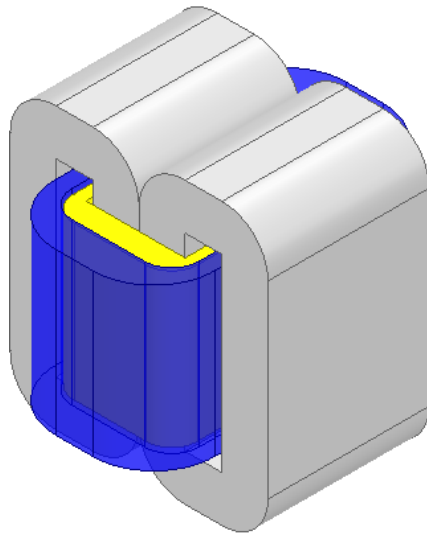


c) Vista Superior

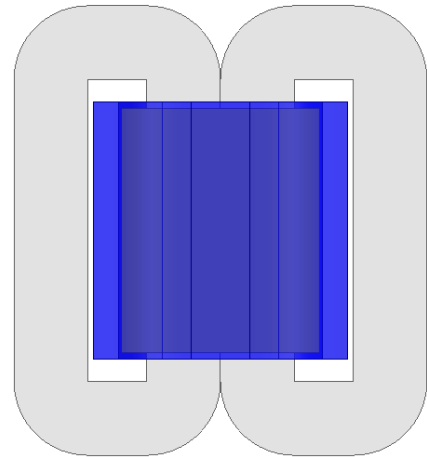


d) Vista Lateral

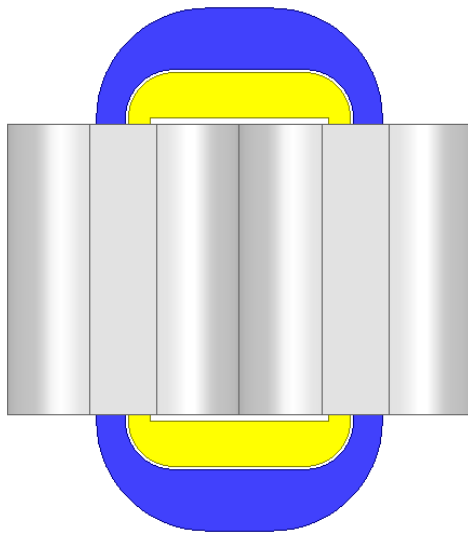
Caso de Estudio 10



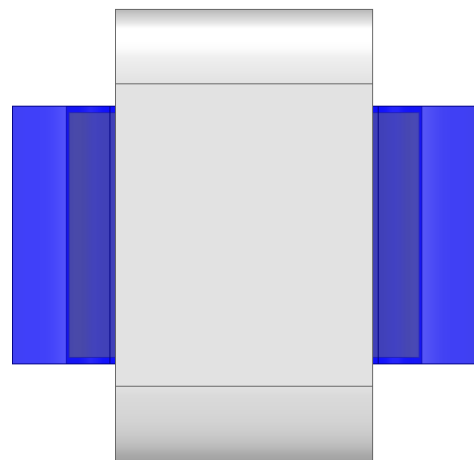
a) Proyección Isométrica



b) Vista Frontal



c) Vista Superior



d) Vista Lateral

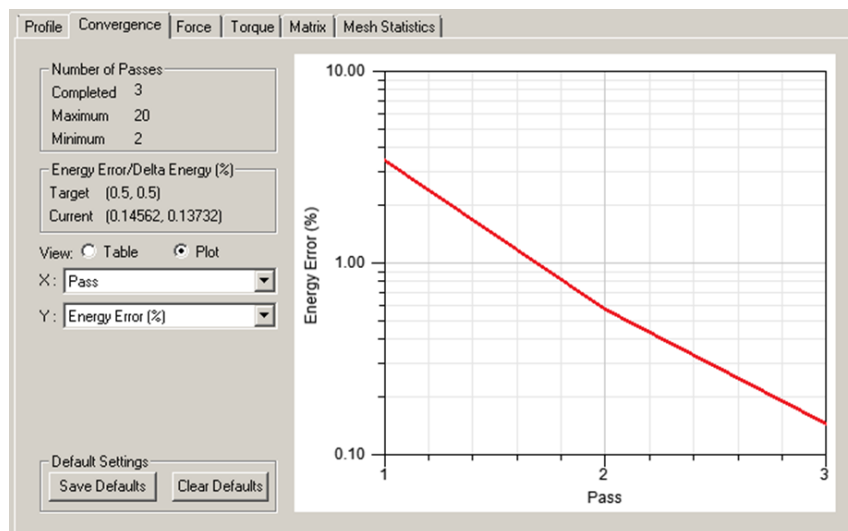
Anexo F: Reporte Simulación en ANSYS Maxwell

El siguiente es el reporte de la simulación en ANSYS Maxwell correspondiente al caso de estudio 7.

En la Figura 31 se observa el reporte gráfico de convergencia, con el número de pasos en el eje x y el error de energía (%) en el eje y . Como se señaló en el capítulo 5, se estableció un error adaptivo de 0,5% con 20 pasos como máximo. Igualmente se aprecia que el mínimo de pasos es 2, ya que se debe establecer una referencia para calcular la variación de la energía total (%).

Al pasar por cada paso adaptivo tiene lugar el refinamiento de la malla y tanto el error de energía como la variación de la energía total se reducen hasta alcanzar el error adaptivo mínimo establecido. El modelo converge en paso con 3 con un error de energía de 0.14562% y una variación de la energía total de 0.13732%

Figura 31. Reporte Gráfico de Convergencia Caso de Estudio 7



De acuerdo con la Figura 32, en el primer paso ANSYS Maxwell genera una malla con 116604 elementos finitos o tetraedros. Con esta malla se obtiene un error de energía de 3.4265%, pero no se calcula la variación de la energía total porque aún no se tiene una referencia.

Para el paso 2 el refinamiento del modelo se evidencia en el aumento de elementos finitos al pasar a 151574. Ahora es posible calcular la variación de la energía total comparando el total de la energía del paso 1 (6.7852 J) contra el total de la energía del paso 2 (6.7913 J) y se obtiene una variación porcentual de 0.09155%.

Aunque en el paso 2 la variación de la energía total es menor al error adaptivo establecido (0,5%), el error de energía sigue estando por encima, por lo tanto, tiene lugar un refinamiento más.

En el paso 3, el modelo converge con un error de energía del 0.14562% y una variación de energía total de 0.13732%. Nótese que ahora, los dos valores son inferiores a 0,5% es decir, menores al error adaptivo mínimo establecido.

Figura 32. Reporte Detallado de Convergencia Caso de Estudio 7

Pass	# Tetrahedra	Total Energy (J)	Energy Error (%)	Delta Energy (%)
1	116604	6.7851	3.4265	N/A
2	151574	6.7913	0.57392	0.09155
3	197049	6.8006	0.14562	0.13732

Finalmente, de acuerdo con el siguiente reporte detallado para la simulación se utilizó la versión 18.1.0 del software ANSYS Maxwell, en una computadora de escritorio Intel Core i7 de 2.00 GHz con 16.GB de RAM.

Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	18.5 M	37096 matrix,	0KB disk
-------------	----------	----------	--------	---------------	----------

Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	18.5 M	37096 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	18.5 M	37096 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	18.5 M	37096 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	18.5 M	37096 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:02	00:00:05	332 M	154632 matrix,	0KB disk
adapt	00:00:45	00:00:48	575 M	116604 tetrahedra	

Adaptive Pass 2

Mesh (mixedmode, adaptive)	00:00:39	00:00:46	167 M	151574 tets	
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	24.6 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.6 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.6 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.6 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	24.7 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:01	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:01	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	24.6 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.8 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	24.7 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	24.6 M	46294 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:06	00:00:17	665 M	201517 matrix,	0KB disk
adapt	00:01:14	00:01:19	748 M	151574 tetrahedra	

Adaptive Pass 3

Mesh (mixedmode, adaptive)	00:00:54	00:01:02	200 M	197049 tets	
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:01	00:00:01	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:01	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.7 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:01	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:00	00:00:00	32.6 M	56807 matrix,	0KB disk
Solver DRS3	00:00:14	00:00:38	1.16 G	262317 matrix,	0KB disk
adapt	00:01:20	00:01:27	960 M	197049 tetrahedra	

Adaptive Passes converged

Solution Process

70.1 M

Total

00:07:28 00:08:51

Elapsed time : 00:08:58 , Maxwell ComEngine Memory :

Time: 07/16/2019 18:04:58, Status: Normal Completion

Bibliografía

- [1] P. A. Pérez, Transformadores de distribución: teoría, cálculo, construcción y pruebas, Reverté, 2001.
- [2] S. V. Kulkarni y S. Khaparde, Transformer engineering: design and practice, Crc Press, 2004.
- [3] R. M. Del Vecchio, B. Poulin, P. T. Feghali, D. M. Shah y R. Ahuja, Transformer design principles, CRC press, 2018.
- [4] K. Dawood, B. Alboyaci, M. A. Cinar y O. Sonmez, «A new method for the calculation of leakage reactance in power transformers,» *Journal of Electrical Engineering and Technology*, vol. 12, nº 5, pp. 1883--1890, 2017.
- [5] J. H. Harlow, Electric power transformer engineering, CRC press, 2012.
- [6] B. S. Alves, P. Kuo-Peng y P. Dular, «Contribution to power transformers leakage reactance calculation using analytical approach,» *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 105, pp. 470--477, 2019.
- [7] «IEEE Standard for General Requirements for Liquid-Immersed Distribution, Power, and Regulating Transformers,» *IEEE Std C57.12.00-2015 (Revision of IEEE Std C57.12.00-2010)*, pp. 1-74, 2016.
- [8] International Electrotechnical Commission, *International Standard IEC 60076-1*, vol. 1, 2011, pp. 87-89.
- [9] Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, ICONTEC, *NTC 1005 – Transformadores. Determinación de la tensión de cortocircuito y pérdidas con carga*, 2003.
- [10] P. S. Georgilakis, Spotlight on modern transformer design, Springer Science & Business Media, 2009.
- [11] K. R. Hameed, «Finite element calculation of leakage reactance in distribution transformer wound core type using energy method,» *Journal of Engineering and Sustainable Development*, vol. 16, nº 3, pp. 297-320, 2012.
- [12] I. Coll, S. Rosas y F. Portillo, «DISTRANA: Diseño de Transformadores de Núcleo Arrollado,» UR. FI-IIE, 2015.

- [13] C. I. Torres Suquilanda y A. O. Hernández , «Comparación de métodos de cálculo de la reactancia de dispersión en transformadores de devanados helicoidales concéntricos,» *Ingeniería Energética*, vol. 40, nº 1, pp. 42-52, 2019.
- [14] M. Abramowitz y I. A. Stegun, Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables, Courier Corporation, 1965.
- [15] G. A. Díaz F., E. E. Mombello y G. D. Guidi Venerdini, «Calculation of Leakage Reactance in Transformers With Constructive Deformations in Low Voltage Foil Windings,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 33, nº 6, pp. 3205--3210, 2018.
- [16] W. Rogowski, Ueber das Streufeld und den Streuinduktion Koeffizienten eines Transformators mit Scheibenwicklung und geteilten Endspulen, 1909.
- [17] S. K. Stein y A. Barcellos, Calculus and analytic geometry, McGraw-Hill.